



TITLE:

パルス法核磁気共鳴による流れの研究(Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

福田, 耕治

CITATION:

福田, 耕治. パルス法核磁気共鳴による流れの研究. 京都大学, 1978, 理学博士

ISSUE DATE:

1978-07-24

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k2072>

RIGHT:

理
28 6 西
1-3

学位申請論文

パルス法核磁気共鳴による流れの研究

福田 耕治

主論文

パルス法核磁気共鳴による流れの研究



福田耕治

概 要

パルス法核磁気共鳴のうち Carr-Purcell-Meiboom-Gill による方法を用いて、円筒管中の水の流れに関する実験を行った。スピネエコー信号の検出には、位相敏感検波を用い核スピンの位相には特に注意を払った。そのため、電磁石の安定と線型な磁場勾配に留意した。

CPMG 法を流れに適用したとき、その第 1 番目のスピネエコー信号強度に、速度分布又は速度の空間分布の情報が含まれる。第 2 番目のスピネエコー信号強度には、速度のゆらぎに関する情報が含まれる。いくつかの種類の流れの型に対してモデルを作り、予想されるスピネエコー信号を調べた。

実験では (1) ポワゼイユ流、(2) 格子の後の流れ ($R < R_c$)、(3) 乱流 ($R > R_c$) を取扱ひ、速度の空間分布に関する情報が得られる事を確めた。乱流に関しては、円筒管の軸に対して平行と垂直な速度成分を独立に観測した。乱流に関

して得られたデータの解析に、スピンエコーを解析する際に用いられている確率論を修正して適用した。この適用は満足いくものであると思われる。乱流での第2番目のスピンエコー信号のピーク出現の時刻に遅れを観測した。この現象は現在までに説明できていない。

。

目 次

第一章	序 論	4
I	流れに関するパルス法核磁気共鳴の現状	4
II	ラグランジュの方法としてのパルス法核磁気共鳴	11
第二章	実験の解析のための理論的準備	15
I	核スピンの位相	16
II	層流の場合のスピンエコー信号強度	24
III	乱流の場合のスピンエコー信号強度	27
第三章	種々の流れに対するスピンエコー信号強度の計算	36
I	層 流	38
(1)	一様流	38
(2)	ポワセユ流	39
(3)	層流の助走流	41

Ⅱ	乱流	45
(1)	円筒管の軸方向の速度成分	46
(2)	円筒管の軸に平行な速度成分	47
(3)	速度空間での速度の拡散	49
Ⅲ	分子のブラウン運動による自己 拡散の効果	52
第四章	実験装置	55
Ⅰ	ハルス法核磁気共鳴の装置	55
(1)	電磁石 (H_0 用)	55
(2)	10 MHz 送信器と時間制御装置	56
(3)	パルプ	58
(4)	受信器	60
Ⅱ	磁場勾配発生用コイル	62
Ⅲ	水流磁気ポンプと水の粘性率	65
Ⅳ	磁場安定制御装置	67
第五章	実験の手続, 磁場勾配 の測定	69
Ⅰ	実験の手続 (CPMG 条件の設定)	69
Ⅱ	磁場勾配の測定	73

(1)	スピニエコー信号の形から求	
	める方法	73
(2)	ポワゼイユ流でのスピニエコー	
	一信号強度の磁場勾配変化か	
	ら求める方法	75
第六章	実験結果	76
I	ポワゼイユ流	76
II	格子の後の流れ	79
III	乱流	81
(1)	円筒管の軸に垂直な速度成分	81
(2)	円筒管の軸方向の速度成分	86
IV	スピニエコーシフト	88
第七章	結 論	91
参考文献		93
謝 辞		96

第一章 序 論

I 流れに関するパルス法核磁気共鳴の現状

流れに関する核磁気共鳴は A. I. Zhernovoi¹⁾ と G. D. Latyshev²⁾ による定常法についての解説, D. W. Jones²⁾ による定常法及びパルス法についての解説に広く論じられている。

ここではパルス法に関して現在までに行なわれた研究を概観する。これらの研究は乱流に関するのを除き多くはその目的を生物関係への応用を主としている。乱流に関するものは理論, 実験共にまとまったものはわずかである。その内容は乱流中の速度相関に関するものである。

³⁾ Carr と Purcell は液体中のスピンスピン緩和時間や分子の自己拡散係数の正確な測定法として開発したいわゆる B 法によって, 液体中に生じる対流が観測されることを見出した。観測の方法は分子の自己拡散の測定の場合と

同様に， 静磁場 H_0 に加えて磁場勾配をかけスピ
ノエコー信号

を見るのである

。第 1-1 図で示

されているよう

に， 奇数番目の

スピノエコー信

号が減衰する。³⁾

の現象は Carr 等に

よって， 核スピンの位相を調べることで， 定
性的な説明が与えられた。⁴⁾

その後， Stejskal⁴⁾， Packer^{5), 6)} 等や Singer⁷⁾ 等
よって， この研究が発展され主として層流に
おける平均流速や速度分布を測定する理論，
実験例が報告された。その具体的な方法は第
二章に述べるが概略は以下のとおりである。

$90^\circ - \tau - 180^\circ$ ラジオ波パルスの方法によって，
測定を行うには次の条件を満たさねばならな
い。流れの方向を x 軸にとり， (1) $\tau \ll T_1, T_2$ 。
(2) ラジオ波パルスによる磁場 H_1 は試料全体に

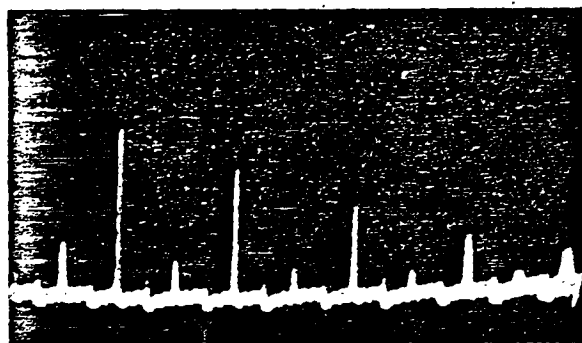


FIG. 8. The effect of molecular convection on a "Method B" decay. The odd-numbered echoes are much smaller than the even-numbered echoes.

第 1-1 図 文献 3) より

一様にかかっている。(3) 静磁場は試料全体に $H_z = H_0 + G \cdot x$ の形をしてかかっている、 $G = \delta H_z / \delta x$ である。(4) 試料について長さを L とするとき $H_0 \gg G \cdot L$ である。(試料の長さはコイルの長さ)。

これらの条件が満たれるとき、層流における時刻 2τ でのスピネコ-信号は

$$A(2\tau) \propto M_0 \int P(v) \exp(i\gamma G \tau^2 v) dv \quad (1.1)$$

で与えられる。 γ は磁気回転比で、 $P(v)dv$ は速度が v から $v+dv$ にある試料中の分子の割合をあらわす。(1.1) 式から明らかのようにスピネコ-信号は核スピオンによる磁化のみならず、核スピオンの位相も情報として含む。⁸⁾ 位相を検出する方法として、⁹⁾ Meiboom と Gill によって開発された CPMG 法を用い、信号の検出には位相敏感検波が適当とされている。

(1.1) 式は $P(v)$ の $\gamma G \tau^2$ に関するフーリエ変換となっている。従って、スピネコ-信号強度の G 又は τ 変化(実際問題としては τ 変化では不利)を測定し、フーリエの逆変換から

$P(v)$ を求めることができる。⁴⁾

Stejskal はラジオ波パルスがかかっている時間だけ磁場勾配をかけないでおくというパルス磁場勾配を用いた場合のスピンエコー信号の計算を行った。遅い速度を取扱う場合は大きな磁場勾配を必要とし、それは本来狭いはずの液体の共鳴の線幅を広げ、 90° ラジオ波パルスや 180° ラジオ波パルスで総ての核スピンを倒すことを困難にし測定の精度は劣化する。パルス磁場勾配の方法はこの困難を取り除くためのものである。

Packer 等⁶⁾ は定常な磁場勾配とパルス磁場勾配の両者による水のポワゼイユ流及びゲル状の寒天の流れを観測し (1.1) 式の実数部が成立つことを、スピンエコー信号強度の磁場勾配変化を測定して確かめた。

$90^\circ - \tau - 90^\circ$ ラジオ波パルスに続く自由誘導減衰信号の形から速度の空間分布 (velocity profile)¹⁰⁾ を直接に得られることを Garraway は示し矩形管と円筒管について測定が行なわれた

De Genmes¹¹⁾ は乱流状態にB法を適用したとき得られるスピニエコー信号の減衰の仕方から乱流中の速度の時間相関が得られることを理論的に示した。この理論では磁場勾配にそって平均流が存在しない場合を考え速度はゆらぎの部分のみを考える。この速度のゆらぎが核スピンの位相にゆらぎを与えるとする。時刻 $2n\tau$ ($n=1, 2, \dots$) でのスピニエコー信号強度は $S(2n\tau) \propto \langle \exp[i\phi(2n\tau)] \rangle$ 与えられ、 ϕ は核スピンの位相である。 $\langle \rangle$ は統計平均をあらわす。De Genmes は上式のキュムラント展開の2次の項をそれぞれ偶数番目と奇数番目のスピニエコーについて求めた。彼は実験において偶数番目のスピニエコー信号強度が τ^5 に依存し、又偶数番目のスピニエコー信号強度が番号と共に減衰し、奇数番目のものが成長するならばその結果は Kolmogorov のスケーリングの法則のチェクとなることを示唆した^{12), 13)}。

14)

De Verville 等は de Jennes のこの示唆に基づき、動粘性係数が小さく ($\eta = 3.7 \times 10^{-4} \text{St}$)、乱流になり易い臭化メチレン Br_2CH_2 を用いて、B法での実験を行った。結果は層流状態と乱流状態とのスピノエコー信号の様子に差違を観測したが、乱流を特徴付ける物理量を定量的に示すには至らなかった。

以上の他にも液体の長い T_1 を利用した簡単な平均の流速の測定法がある。そのうちの一つを紹介する。 T_1 と同程度の時間間隔 τ で、 90° ラジオ波パルスを試料に加える。試料は平均流速 \bar{v} で NMR コイルを巻いてある領域 (長さ L) に流れ込むとする。コイル部に入るまでに電磁石によって単位体積当り M_0 だけ磁化された核スピンは、 τ の時間にコイルの入口から $\bar{v}\tau$ の領域を占め、残りの領域 $L - \bar{v}\tau$ を磁化 $M_0(1 - e^{-\frac{\tau}{T_1}})$ をもつ核スピンは占めるから、各 90° ラジオ波パルス直後の自由誘導信号強度は、

$$F(\tau) \propto m_0 \left\{ \sqrt{\tau} + (1 - e^{-\frac{\tau}{T_1}})(L - \sqrt{\tau}) \right\} \quad (1.2)$$

で与えられる。 T_1 が τ 比べ十分長ければ、信号は $\sqrt{\tau}$ に比例する。第1-2図。¹⁵⁾

K. Fukuda と A. Hirai は T_1 が長い (数100s) He^3 -HeII 中の He^3 の毛細管 (内径 0.019 cm) 中の熱対流を上記の方法によって観測し、第1-3図で示される結果を得た。

本論文で述べる研究の動機は、 ^3He -HeII の流れの研究に対して、文献15)で得られた結果を、さらに発展させ、平均流速や、速度の空間分布さらに、乱流状態に対する定量的な情報を得るための方法を得ることにあった。この目的のために、試料とにては取扱い易い水を用い、円筒管内の流れに対して、核磁気共鳴の面からは注意深い実験を行った。特に核スピンの位相に注意を払った。実験は CPMG 法を採用し、信号は位相敏感検波を行った。安定な静磁場と線型の磁場勾配を得る事に努めた。

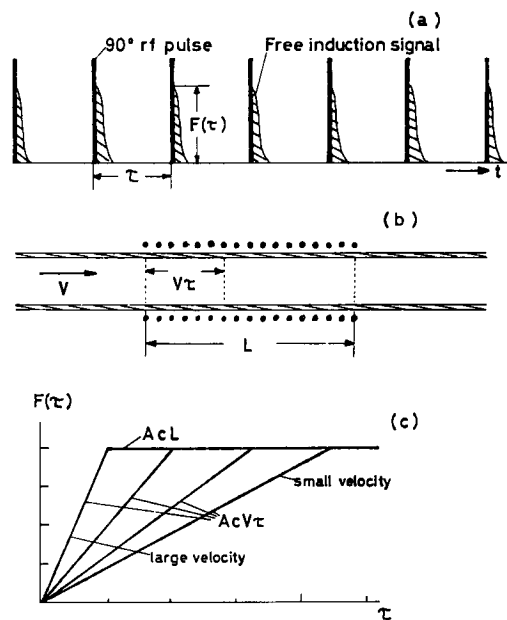


Fig. 1. Schematic illustration of the method of flow velocity measurement. (a) Applied 90° rf pulses and the free induction signals following the 90° rf pulses. (b) The tube filled with a fluid and a NMR coil. (c) The relation between $F(\tau)$ and τ .

第 1-2 図 文献 15)より

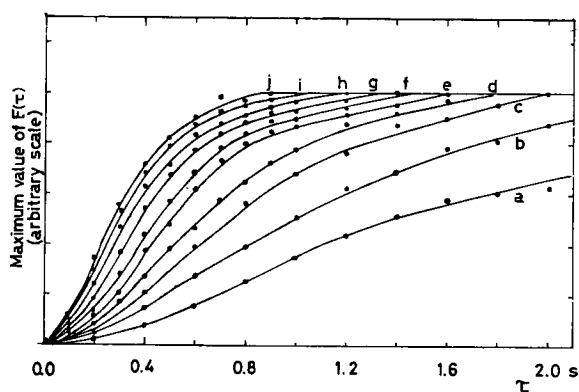


Fig. 4. The relation between the maximum value of NMR signal intensity in region I and the time interval τ between the repeated 90° rf pulses for various applied heat powers: (a) 2.8 mW, (b) 4.3 mW, (c) 5.5 mW, (d) 6.6 mW, (e) 7.9 mW, (f) 9.3 mW, (g) 10.8 mW, (h) 12.4 mW, (i) 14.1 mW and (j) 15.9 mW. ^3He concentration 3.0%. Bath temperature 1.15 K.

第 1-3 図 文献 15)より

Ⅱ ラグランジュの方法としてのパルス法 核磁気共鳴

連続体の運動を調べる場合、ある特定の時刻にある位置を占めていた小さな体積要素にめじるしをつけて、その要素が時間とともにどのように運動するか調べる方法はラグランジュの方法 (Lagrange's method) と呼ばれている。CPMG法によって流体の運動を調べることは、まさにラグランジュの方法による観測である。“めじるし”は核スピンのオ差運動の周波数である。磁場勾配中を移動する核スピンをもった分子あるいは原子の運動は“回転座標系”での核スピンの位相の変化で記述でき、CPMG法によって得られる信号、即ち自由誘導減衰やスピンエコー信号に、速度分布や速度の履歴が情報として含まれることになる。

自由誘導減衰やスピンエコー信号強度を議論する場合、通常重要になるスピン格子緩和

やスピンスピン緩和の効果は多くの流れを取
 扱う議論の中では無視されてよい。なぜなら
 は、液体では一般にこれらの特性時間 T_1 , T_2
 は長く(純粹の水で約2s程度)^{(16), (17)}, 無限大と
 して取扱える範囲で実験が行なわれるからで
 ある。ちなみに本研究では $90^\circ - \tau - 180^\circ - 2\tau - 180^\circ$
 のラジオ波パルスで τ は数ms程度であ
 り定量的な測定を行なうスピネコ-信号は
 時刻 2τ と 4τ に現われるものである。自由
 誘導減衰の時間(スピネコ-信号のひろか
 りの時間はその2倍)は電磁石のもつ磁場の
 不均一かもしくはその上に重ねる磁場勾配の
 大きさによって決まる。

一般に液体では, T_1 , T_2 の効果を無視して
 なお残るスピネコ-信号強度への効果とし
 て, 分子のブラウン運動による自己拡散の効
 果があり,⁽³⁾ Carr等⁽¹⁸⁾ や Torrey によって調べられ
 た。この運動によるスピネコ-信号強度への
 効果も亦, この節の冒頭に述べたように磁場
 勾配中のランダムな運動を核スピンのラーダ

ムな位相の変化として記述できるのである。
しかし自己拡散が与えるスピノエコー信号強度への効果は、本研究で行なわれる層流や、乱流による効果に比べはるかに小さく、無視できる。

このように流れにおける CPMG 法で得られる信号は、ブラウン運動のようなミクロな運動でなく、乱流の場合も含めてマクロな流れによる効果によると見てよい。

従って CPMG 法においては個々の核スピニを通して、以下の意味での“流体粒子”の運動を見ていると言える。「流体粒子は次のような体積を意味する。すなわち、その直線的な大きさが分子間の平均距離と比べて非常に大きく、したがって、その体積に対しては連続媒質の力学の枠内で粒子速度について述べることができるが、しかしその体積内では速度と圧力を事実上一定と考えることができ、かつ研究している時間間隔においてこれらの体積は“1つの全体として”，すなわち著し

い変形なしに運動すると考えることができる
ほど小さいものである。¹⁹⁾」

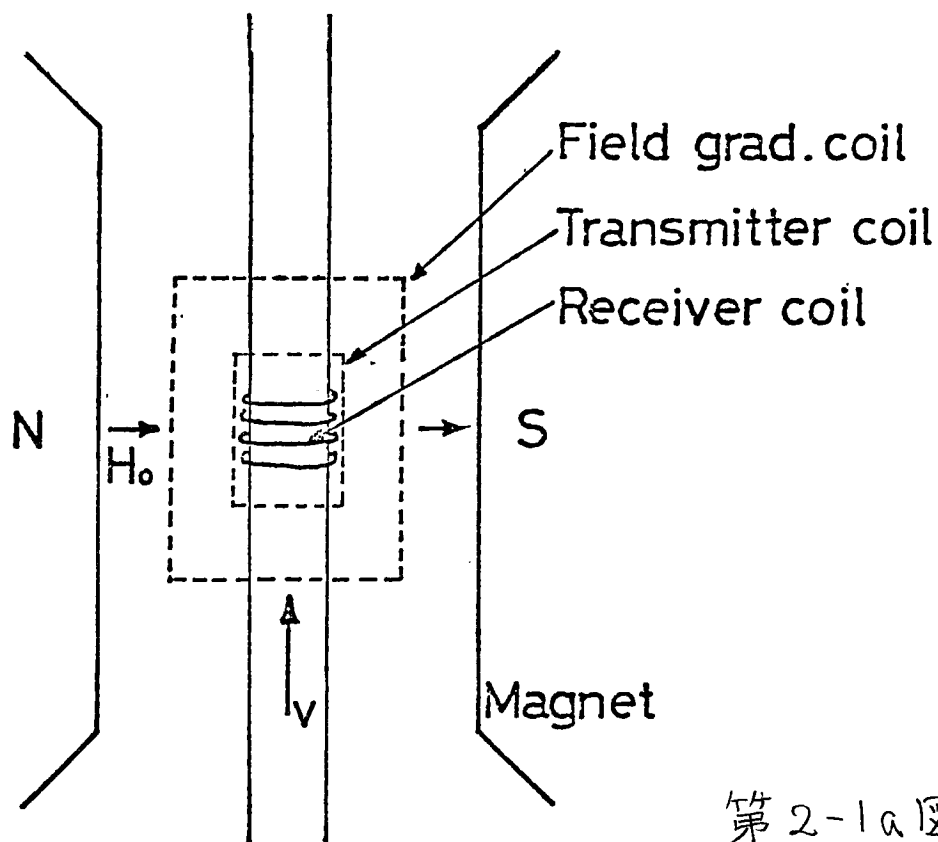
このような意味から以下の各章で、水分子、陽子あるいは核スピンの運動という表現をするとき、それはそれらを含む小さな体積要素（流体粒子）の運動を代表しているのであり、その体積要素の内部の運動を意味しないのである。

本論では第二章で水分子の空間での運動を、核スピンの回転座標系内の位相の運動で記述し、層流と乱流でのスピンエコー信号強度を一般的な形で与える。第三章では、種々の流れに対するスピンエコー信号強度を、第二章の結果をもとに計算する。第四章に実験装置に関する記述を行う。第五章では実験上の手続として CPMG 条件の設定の仕方を述べ、併せて磁場勾配の測定法を述べる。第六章で実験の結果を述べる。

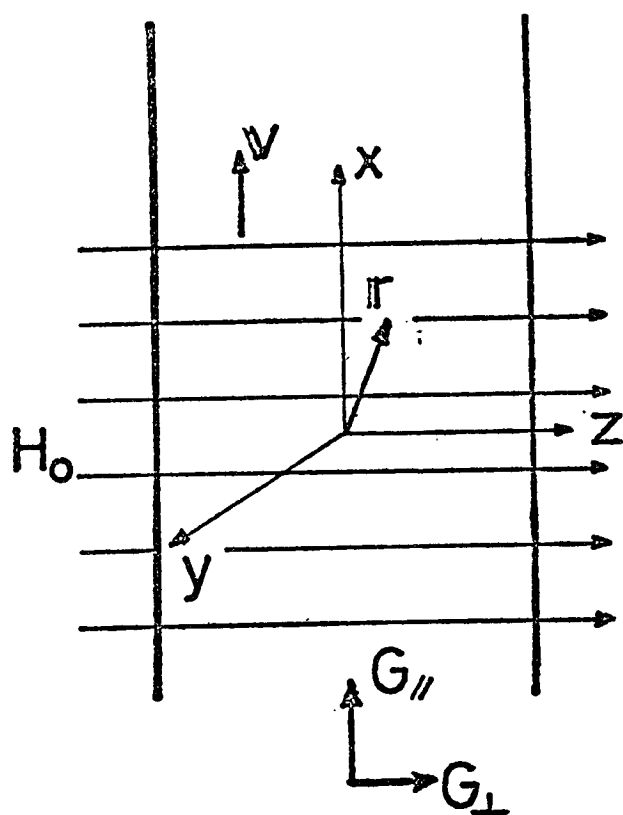
第二章 実験の解析のための理論的準備

円筒管を流れる水の陽子の核スピンのエコー信号の観測を第2-1図の配置でCPMG法を用いて行う場合を考える。

静磁場 H_0 は z 軸に平行とする。水が流れる円筒管は静磁場 H_0 に垂直で x 軸に平行に置かれる。円筒管にNMRコイル(送信用と受信用)がまかれ、送信コイルによるラジオ波パルス振動磁場は y 軸に平行にかけられる。コイルが巻かれている部分(円筒形)の中心を座標の原点とする。



第 2-1a 图



第 2-1b 图

I 核スピンの位相

ここでは水分子の実空間での運動を、回転座標系内での陽子の核スピンの運動に書きなおすことを行う。

問題にしている系の中に N 個の陽子があるとする。 j 番目の陽子に着目して、その陽子が時刻 0 に $r_j(0)$ にあり、時刻 t に $r_j(t)$ に至るとすれば、ラグランジユの見方では

$$r_j(t) = r_j(0) + \int_0^t v_j(t') dt' \quad (2.1)$$

である。 $v_j(t)$ は j 番目の陽子を含む水の小さな体積要素の速度である。

この系での静磁場は z 軸に沿った大きな一様な磁場 H_0 と磁場勾配によって作られる磁場との和であり、時刻 t に $r_j(t)$ に至る j 番目の陽子が受ける静磁場は次のように書ける。

$$H_z(j, t) = H_0 + G \cdot r_j(t) \quad (2.2)$$

磁場勾配は、一般にはテンソル量であるが、

パルス核磁気共鳴では，このテンソル量のうち無視し得る成分が存在する。ここでは z 方向のベクトル

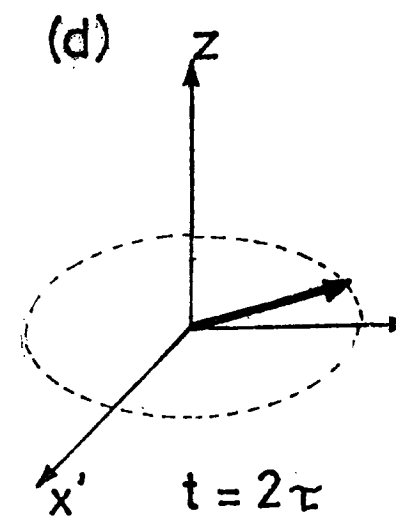
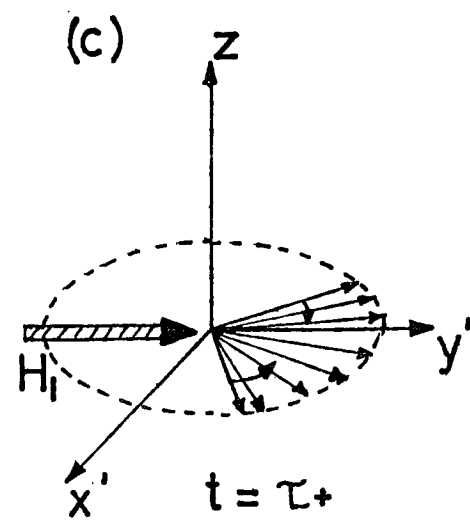
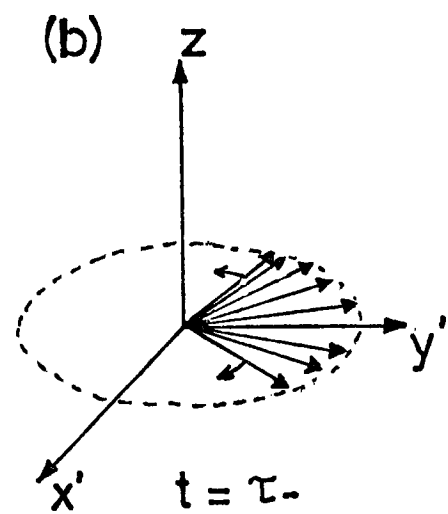
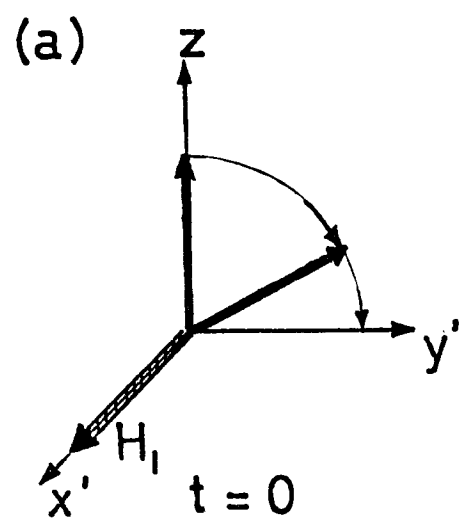
$$\mathbf{G} = \text{grad } Hz \quad (2.3)$$

を磁場勾配ベクトルとして取扱う。

CPMG法では， $t=0$ に 90° ラジオ波パルスを x 軸に沿って， $t=\tau, 3\tau, \dots, (2n-1)\tau$ に 180° ラジオ波パルスを y' 軸に沿って加える。ここで用いている $x'-y'-z$ 座標系は， $x-y-z$ 実験室系の z 軸のまわりに $\omega_0 = -\gamma H_0$ の角速度で回転する回転座標系を表わす。 γ は陽子の磁気回転比である。

時刻0までに静磁場の中で充分熱平衡に達している系に上記のラジオ波パルスが加えられる場合の核スピンの回転座標系内の運動を見る。

時刻0に加えられた 90° ラジオ波パルスによって大部分^{*}の核スピンは z 軸から y' 軸に倒される，(第2-2a図)。パルス幅を t_w とすれ



第 2-2 图

は z 軸から y' 軸まで倒す条件 (90° 条件) は $\gamma H_1 t_w = \pi/2$ で与えられる。ラジオ波パルスの振幅は H_1 である。

その後は核スピンの運動はスピニ格子緩和時間を無限大として取扱えば、回転座標系 $x-y$ 平面内の回転となる。この回転の角速度を求める。 j 番目の陽子が回転座標系内で受ける静磁場は (2.1) 式と (2.2) 式から

$$\delta H_z(j, t) = G \left\{ r_j(0) + \int_0^t v_j(t') dt' \right\} \quad (2.4)$$

で与えられる。 z 軸のまわりには $\gamma \delta H_z(j, t)$ の大きさの角速度をもつ。

※ 静磁場に ΔH 程度の幅があれば、回転座標系においても z 軸方向に ΔH 程度の静磁場が残る。 90° ラジオ波パルスで大部分の核スピンを y' 軸に倒すためには、 $\Delta H \ll H_1$ の条件を満たせばよい。ここで述べている系では、試料 (コイル) の大きさを L とすれば、 $\Delta H \approx GL$ であるから、 $H_1 \gg GL$ を満たせばよい。

時刻 t での核スピンの y' 軸からの回転角は次のように表わされる。

$$\begin{aligned}\phi_j(t) &= \int_0^t \gamma \delta H_z(j, t') dt' \\ &= \int_0^t \gamma G \left\{ r_j(0) + \int_0^{t'} v_j(t'') dt'' \right\} dt' \quad (2.5)\end{aligned}$$

この回転角が核スピンの位相である。

$t = 2\tau$ に加えられる y' 軸方向の 180° ラジオ波パルスによって、核スピンは y' 軸のまわりに反転する。第 2-2 図 (c)

180° ラジオ波パルス直前の位相を $\phi(\tau_-)$ ，直後のそれを $\phi(\tau_+)$ とすれば

$$\begin{aligned}\phi_j(\tau_+) &= -\phi_j(\tau_-) \\ &= -\int_0^\tau \gamma G \left\{ r_j(0) + \int_0^{t'} v_j(t'') dt'' \right\} dt' \quad (2.6)\end{aligned}$$

となる。その後 $\tau < t < 3\tau$ で j 番目の核スピンは再び角速度 $\gamma \delta H_z(j, t)$ で z 軸のまわりに回転し，その位相は

$$\begin{aligned} \phi_j(t) = & - \int_0^{\tau} \gamma G \left\{ r_j(0) + \int_0^{t'} v_j(t'') dt'' \right\} dt' \\ & + \int_{\tau}^t \gamma G \left\{ r_j(0) + \int_0^{t'} v_j(t'') dt'' \right\} dt' \end{aligned} \quad (2.7)$$

で与えられる。一般に $\tau = 2\pi$ でスピニエコーが出現する。この事は (2.7) 式で、 $\tau = 2\pi$ とした時、 $\gamma G r_j(0)$ の項が打ち消される事に対応する。通常の $90^\circ - 180^\circ$ パルスによるスピニエコーで流れがない場合は、(2.7) 式により $\tau = 2\pi$ では総ての位相は 0 となる。流れがある場合には、磁場勾配中を陽子がたどった速度の履歴が $\tau = 2\pi$ での位相に残り、

$$\begin{aligned} \phi_j(2\tau) = & - \int_0^{\tau} \int_0^{t'} \gamma G v_j(t'') dt'' dt' \\ & + \int_{\tau}^{2\tau} \int_0^{t'} \gamma G v_j(t'') dt'' dt' \end{aligned} \quad (2.8)$$

となる。第2-2図(d)

さらに時刻 $\tau = 3\pi$ に加えられる 180° ラジオ波パルスによって得られる時刻 $\tau = 4\pi$ での位相を記すと、

$$\begin{aligned}\phi_j(4\tau) = & \int_0^\tau \int_0^t \gamma_G v_j(t') dt' dt - \int_\tau^{3\tau} \int_0^t \gamma_G v_j(t') dt' dt \\ & + \int_{3\tau}^{4\tau} \int_0^t \gamma_G v_j(t') dt' dt\end{aligned}\quad (2.9)$$

である。これをまとめ、 $t=2n\tau$ における位相は

$$\phi_j(2n\tau) = \pm \gamma_G \int_0^{2n\tau} \alpha(\tau, t) \int_0^t v_j(t') dt' dt \quad (2.10a)$$

で与えられる。 $v_j(t) \equiv \hat{u} v_j(t)$ は j 番目の陽子の速度の単位磁場勾配ベクトル \hat{u} 方向の成分をあらわす。 n は自然数で、右辺の符号は n が奇数では正を、偶数では負をとる。又“エコー関数” $\alpha(\tau, t)$ は大きさが1で、

$$\begin{aligned}\alpha(\tau, t) = & \begin{cases} -1 & t \in (0, \tau), (3\tau, 5\tau), \dots \\ +1 & t \in (\tau, 3\tau), (5\tau, 7\tau), \dots \end{cases} \quad (2.11)\end{aligned}$$

である。

スピノエコーの形を調べる場合には、 $\gamma_G v_j(0)$ の項による位相への寄与を含めねばならない

$$\phi_j(2n\tau + \Delta t) = \pm \gamma \int_0^{2n\tau + \Delta t} \omega(\tau, t) \left\{ \gamma_j(0) + \int_0^t \gamma_j(t') dt' \right\} dt \quad (2.10b)$$

ここで $-\tau < \Delta t < \tau$ である。スピニ関数のために、この寄与は位相に $\gamma \gamma_j(0) \Delta t$ を与える。

以下では、時刻 2τ の第1番目と時刻 4τ の第2番目のスピニエコー信号に限って議論する。残りの総ての奇数、偶数番目のスピニエコー信号はそれぞれ第1番目、第2番目のそれらと同様に取り扱うことができる。

スピニエコー信号強度は (2.10a) 式を用いて、

$$A(t) \propto \sum_j^N \exp\{i\phi_j(t)\}, \quad t = 2n\tau \quad (2.12)$$

で与えられる。

第2-2図で流れがある場合の、CPMG法による核スピンの回転座標系内での運動を示した。流れがない場合には、時刻 $2n\tau$ で核スピンは y' 軸上に焦点を結ぶが、正味の流れが0でない時には、時刻 $(4n-2)\tau$ で y' 軸からずれて焦点を結び、時刻 $4n\tau$ では y' 軸に焦点を結ぶ。

ただし種々の流れを調べると、それぞれの焦点の結び方にもいろいろある事がわかる。即ち、層流では時刻 $4\eta\tau$ に総ての核スピンが、 y 軸に一致するが、時刻 $(4\eta-2)\tau$ では、一様流の場合を除いては、速度分布のため、焦点は“ぼけ”たものになる。又乱流ではどの時刻 $(2\eta\tau)$ でも、速度分布と、速度のゆらぎのため焦点はぼけてしまう。この y 軸からのずれと“ぼけ”の程度からこうした物理量を測定することが可能となるのである。

Ⅱ 層流の場合のスピンエコー信号強度

円筒管内の層流においては，流線は円筒管の軸に平行で，かつ各水分子の速度は時間によらない。速度は x 成分のみであるから磁場勾配ベクトルも円筒管の軸方向にとり， $G=(G,0,0)$ とする。ここでも自己拡散の原因となる水分子のブラウン運動は考えていないこと強調しておく。自己拡散による(2.10)式への寄与が無視できることは第三章の最後に示す。

速度一定のこの場合は，(2.10a)式は簡単に計算できて，

$$\phi_j(2\tau) = \gamma G v_j \tau^2 \quad (2.13)$$

$$\phi_j(4\tau) = 0 \quad (2.14)$$

となる。円筒管内での速度分布を $P(v)$ とする。(2.12)式の和を積分に変え， $P(v)$ を用いて，

$$A(2\tau) \propto M(2\tau) = M_0 \int P(v) \exp(i\gamma G \tau^2 v) dv \quad (2.15)$$

$$A(4\tau) \propto M(4\tau) = M_0 \quad (2.16)$$

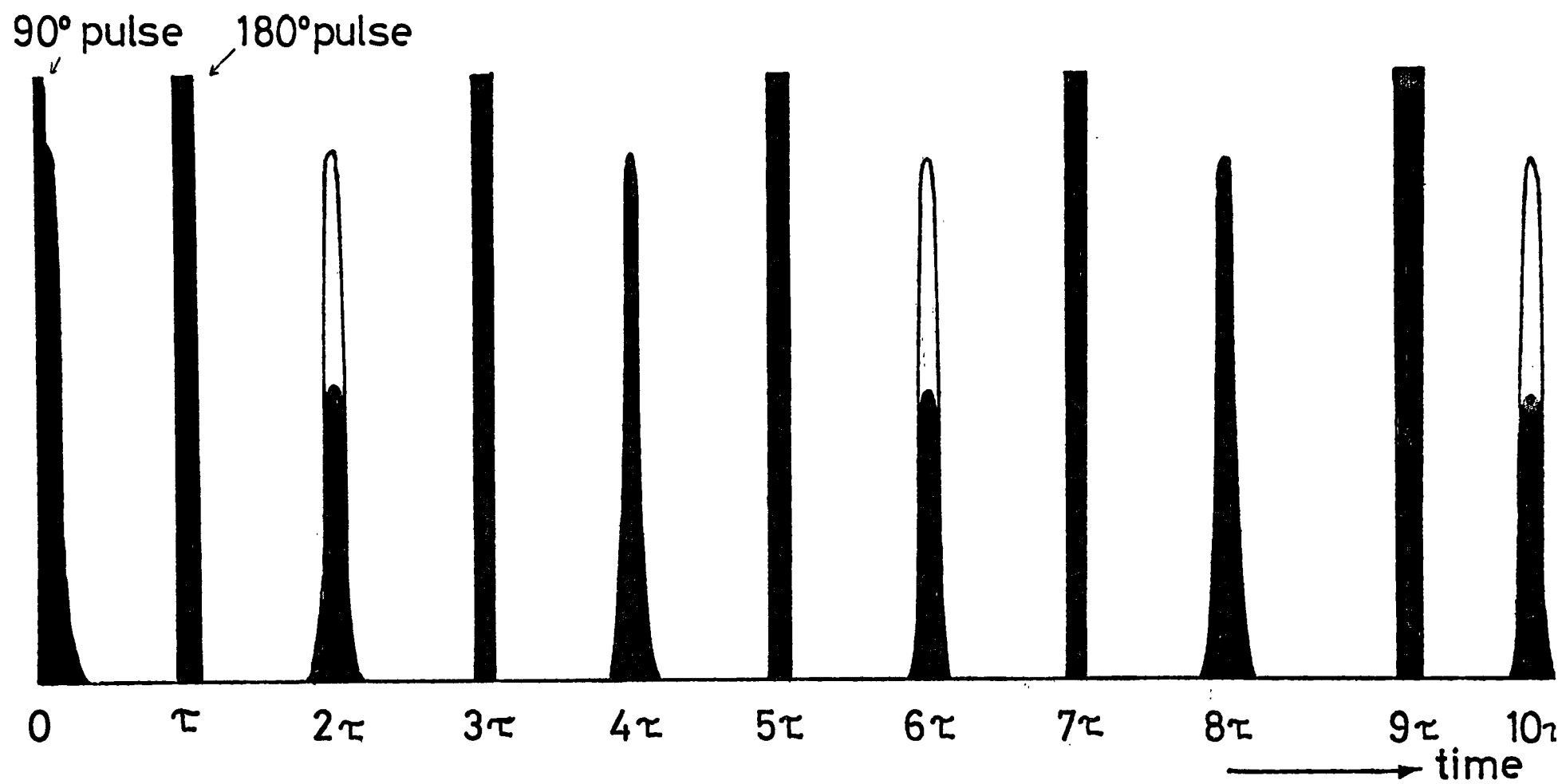
が得られるスピノエコー信号強度である。

実際の観測においては後で述べる位相敏感検波を用いて、(2.15), (2.16)式の実数部虚数部と独立に測定することが可能である。

(2.15), (2.16)式の結果は Carr 等⁽³⁾ が指摘したように偶数番目のスピノエコー信号に流れの効果が現われないことを示している。(第2-3図)

(2.15)式は第1番目のスピノエコー信号が、 YGT^2 に関して速度分布 $P(v)$ のフーリエ変換として与えられることを示している。従って信号の G 又は T 変化を測定し、フーリエの逆変換を行えば、磁場勾配ベクトル方向の速度成分の分布 $P(v)$ を求めることができる。

こうして得られた速度分布 $P(v)$ から速度の空間分布 (velocity profile) を求めるには、速度の空間分布が、円筒管の軸からの動径ベクトルを ρ として、 ρ に関して単調な関数である場合は容易に求められる。即ち円筒管の断面の半径を ρ_0 とすれば、



第2-3 图

$$p(v)dv = -\frac{2p}{p_0^2} dp \quad (2.17)$$

又境界条件, $p=p_0$ で $v=0$ を考えて積分すれば

$$\int_0^{v(p)} p(v')dv' = 1 - \frac{p^2}{p_0^2} \quad (2.18)$$

が得られ, p と $v(p)$ の対応がつけられる。

Ⅲ. 乱流の場合のスピンエコー信号の強度

円管流の平均速度 V と管径 D と流体の動粘性係数 ν で作られる無次元の量 (レイノルズ数)

$$R = \frac{VD}{\nu} \quad (2.19)$$

がその臨界値 $R_c \approx 2300$ を越えれば, 流線はもはや管壁に平行とは限らないし, 各水分子の速度も時間に対して一定とは言えない。管の軸に垂直な速度成分も生じる。

時刻 $t=0$ での速度分布 $P(v)$ をもっていたとしても, 時間の経過に従い速度 v から $v+dv$ の範囲にあった水分子は速度空間の中で拡散してゆくであろう。しかし定常状態では任意の時刻について同じ速度分布 $P(v)$ に達していなければならない。

ここでは速度を無秩序変数とし, 速度の時間変化の過程が単純マルコフ過程であるとの仮定に立って (2.12) 式を計算する。同様の議論は KLandner と Andeson²⁰⁾ や Herzog と Harm²¹⁾ によっ

て行なわれた。そこでは、スピノエコー信号強度の減衰を周波数空間におけるスピノ拡散という概念を用いて計算し成功を見た。

乱流の問題にこの方法を適用して期待されるのは、乱流中での速度分布と速度空間での速度の拡散に関する情報である。

時刻0で速度 v_0 であった水分子が時刻 t で速度 v となる条件付確率密度を $P(v, t; v_0)$ とする。単純マルコフ過程と等方性を仮定すれば

$$P(v, t; v_0) = P(v - v_0; t) \quad (2.20)$$

と

$$\int P(v_3 - v_2; t_a) dv_2 P(v_2 - v; t_b) = P(v_3 - v; t_a + t_b) \quad (2.21)$$

が得られる。条件付確率密度のフーリエ変換を

$$P(v, t; v_0) = \frac{1}{2\pi} \int \tilde{P}(y; t) e^{i(v - v_0)y} dy \quad (2.22)$$

で定義すれば、(2.22)式は

$$\tilde{P}(y; t_a) \tilde{P}(y; t_b) = \tilde{P}(y; t_a + t_b) \quad (2.23)$$

となり，その一般解として

$$\tilde{P}(y; t) = \exp[-t f(y)] \quad (2.24)$$

が得られる。ここで関数 $f(y)$ は次の条件を満足せねばならない。すなわち，

$$f^*(-y) = f(y) \quad (P \text{ は実数であるから}) \quad (2.25a)$$

$$f(0) = 0 \quad (P \text{ は規格化されている}) \quad (2.25b)$$

$$\operatorname{Re} f(y) \geq 0 \quad (P \text{ は負でない}) \quad (2.25c)$$

上に示した速度分布，速度の条件付確率密度を用いて (2.12) 式の計算を実行する。この際，²²⁾ 経路積分の方法を用いる。

(2.12) 式において和は番号をつけた核スピンに関して行なわれているが，以下では時刻 0 での速度分布 $P(v_0)$ に関する積分におき替える。まず第 1 番目のスピンエコー信号強度を計算する。(2.12) 式は，

$$A(2\tau) \propto M(2\tau) = M_0 \int p(v_0) m(v_0, 2\tau) dv_0 \quad (2.26)$$

$$m(v_0, 2\tau) = \langle \exp\{i\phi(2\tau)\} \rangle_{v_0} \quad (2.27)$$

と書ける。ここでは $\langle \rangle_{v_0}$ は時刻 0 で速度が v_0 から $v_0 + dv_0$ である水分子のその後の時刻における確率過程を意味する。(2.27) 式に (2.10) 式を代入して

$$m(v_0, 2\tau) = \langle \exp\left\{i\gamma G \int_0^{2\tau} \alpha(t) \int_0^t v(t') dt' dt\right\} \rangle_{v_0} \quad (2.28)$$

を得る。積分の順序を変更して

$$m(v_0, 2\tau) = \langle \exp\left\{i\gamma G \int_0^{2\tau} v(t) S(t, 2\tau) dt\right\} \rangle_{v_0} \quad (2.29)$$

と書き直せる。ただし関数 $S(t, 2\tau)$ は,

$$S(t, 2\tau) = \int_t^{2\tau} \alpha(t') dt' \quad (2.30)$$

で与えられる。(2.29) 式は Klauder と Anderson²⁰⁾ の論文の (1.6) 式と同じ形となっている。修正されているのは、エコー関数 $\alpha(t)$ を、積分されたエコー関数 $S(t, 2\tau)$ に変えていること

のみである。

(2.29) 式の確率過程を追うために時間に関する積分を時間間隔 ε についての和になおす。

$$m(v_0, 2\tau) = \langle \exp \{ i\gamma G \varepsilon \sum_{l=0}^N v_l s_l \} \rangle_{v_0} \quad (2.31)$$

ただし $2\tau = (N+1)\varepsilon$ である。

時刻 $t = \varepsilon(l-1)$ から時刻 $t = \varepsilon l$ における条件付確率密度 $P(v_l, \varepsilon; v_{l-1})$ を用いて (2.31) 式は

$$m(v_0, 2\tau) = \int \cdots \int \exp \{ i\gamma G \varepsilon \sum_{l=0}^N v_l s_l \} \prod_{l=1}^{N+1} P(v_l, \varepsilon; v_{l-1}) \times \prod_{l=1}^{N+1} dv_l \quad (2.32)$$

と書ける。 $P(v_l, \varepsilon; v_{l-1})$ のフーリエ変換

$$P(v_l, \varepsilon; v_{l-1}) = \frac{1}{2\pi} \int e^{i(v_l - v_{l-1})y_l} \cdot e^{-\varepsilon f(y_l)} dy_l \quad (2.33)$$

を使えば, (2.32) 式は

$$m(v_0, 2\tau) = \frac{1}{(2\pi)^{N+1}} \int \cdots \int \exp \left[i\gamma G \varepsilon \sum_0^N v_l s_l + \sum_1^{N+1} \{ i(v_l - v_{l-1})y_l - \varepsilon f(y_l) \} \right] \prod_1^{N+1} dy_l \prod_1^{N+1} dv_l \quad (2.34)$$

と表わされる。(2.34)式における y_l に関する積分は $l=1$ から $l=N+1$ まですべてデルタ関数となつて、(2.34)式は

$$m(v_0, 2\tau) = \int \cdots \int \exp \left[i\gamma G v_0 s_0 \varepsilon - i v_0 y_1 - \varepsilon \sum_{l=1}^{N+1} f(y_l) \right] \\ \times \prod_{l=1}^N \delta(y_l - y_{l+1} + \gamma G S_l) \delta(y_{N+1}) \prod_{l=1}^{N+1} dy_l \quad (2.35)$$

と書かれる。デルタ関数の性質から、

$$\left. \begin{aligned} y_{N+1} &= 0 \\ y_l - y_{l+1} + \gamma G S_l &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.36)$$

を得て(2.36)式は次式を与える。

$$y_l = -\gamma G \sum_{l=1}^N S_l \quad (2.37)$$

(2.37)式を(2.35)式に代入して

$$m(v_0, 2\tau) = \exp \left\{ i\gamma G v_0 \varepsilon \sum_{l=0}^N S_l - \varepsilon \sum_{l=1}^{N+1} f \left(-\gamma G \varepsilon \sum_{m=l}^N S_m \right) \right\} \quad (2.38)$$

を得る。ここで $\varepsilon \rightarrow 0$, $N \rightarrow \infty$ とすることとて和を積分に直して、

$$m(v_0, 2\tau) = \exp \left[i r G v_0 \int_0^{2\tau} S(t) dt - \int_0^{2\tau} f \left\{ -r G \int_t^{2\tau} S(t') dt' \right\} dt \right] \quad (2.39)$$

が得られる。又簡単な計算によって

$$\int_0^{2\tau} S(t) dt = \tau^2 \quad (2.40a)$$

$$\int_0^{4\tau} S(t) dt = 0 \quad (2.40b)$$

が得られるのでこれを (2.39) 式に代入して、

$$m(v_0, 2\tau) = \exp \{ i r G \tau^2 v_0 - F(\tau) \} \quad (2.41)$$

と簡単な形で表わされる。ただし

$$\begin{aligned} F(\tau) &\equiv \int_0^{2\tau} f \left\{ -r G \int_t^{2\tau} S(t') dt' \right\} dt \\ &= \int_0^{\tau} \left[f \left(\frac{1}{2} r G t^2 \right) + f \left\{ \frac{1}{2} r G (2\tau^2 - t^2) \right\} \right] dt \end{aligned} \quad (2.42)$$

である。(2.41)式を (2.26)式に代入することによって最後の結果を得る。即ち

$$M(2\tau) = M_0 \exp \{ -F(\tau) \} \int p(v_0) \exp(i r G \tau^2 v_0) dv_0 \quad (2.43)$$

全く同じ計算を第2番目のスピネコー信号強度について行い, (2.40b)を用いれば,

$$M(4\tau) = M_0 \exp\{-2F(\tau)\} \quad (2.44)$$

を得る。

(2.43)式と(2.44)式は $F(\tau) = 0$ のとき層流の場合の(2.15)式と(2.16)式にそれぞれ一致する。 $F(\tau) = 0$ は $P(v, t; v_0) = \delta(v - v_0)$ すなわち速度一定に対応する。

第二章で得られた結果を第一表にまとめた。第一表では, 円筒管の軸に平行な速度成分を v , 垂直な速度成分を u で表わした。又 R , I は(2.15)式, (2.16)式及び(2.43)式, (2.44)式の实数部, 虚数部を表わす。上で示した層流では $u = 0$ であるから流れの効果は b) 表に現われず従って虚数部は 0 となる。乱流では $u \neq 0$ であるが $P(u)$ は u の 0 のまわりに等しく分布するであろうから d) 表の虚数部はやはり 0 となる。

CPMG 法による 流れ の スピノ エコ - 信号 強度

第一表

		1st Spin Echo	2nd Spin Echo	
L	R	$M_0 \int P(v) \cos(\gamma G_{\parallel} \tau^2 v) \cdot dv$	M_0	
	I	$M_0 \int P(v) \sin(\gamma G_{\parallel} \tau^2 v) \cdot dv$	0	a)
L	R	M_0	M_0	b)
	I	0	0	
T	R	$M_0 \exp\{-F_v(\tau)\} \int P(v) \cos(\gamma G_{\parallel} \tau^2 v) dv$	$M_0 \exp\{-2F_v(\tau)\}$	c)
	I	$M_0 \exp\{F_v(\tau)\} \int P(v) \sin(\gamma G_{\parallel} \tau^2 v) dv$	0	
T	R	$M_0 \exp\{-F_u(\tau)\} \int P(u) \cos(\gamma G_{\perp} \tau^2 u) du$	$M_0 \exp\{-2F_u(\tau)\}$	d)
	I	0	0	

v ; 円筒管の軸に平行な速度成分

u ; " " 垂直な速度成分

L ; 層流

T ; 乱流

第三章 種々の流れに対するスピノエコー 信号強度の計算

この章ではいくつかの具体的な流れに対して第二章で行った議論の結果を適用して、どのようなスピノエコー信号が得られるかを考察する。

第二章における議論の結果は層流に対しては(2.15)式及び、(2.16)式であり、乱流に対しては(2.43)式及び、(2.44)式であった。これらを第一表により具体的な形で記した。これらの式において磁化 M の実数部を M_R 、虚数部を M_I で表記する。第二章 I. で行った議論によって M_R は回転座標系 ($x' - y' - z'$) での磁化 M の y' 軸への射影であり、 M_I は x' 軸への射影である。又第五章で述べるが、 M_R は位相敏感検波でスピノエコー信号強度を観測する際、 90° ラジオ波パルス直後の自由誘導信号が最大になるように参照用信号の位相を選んで得られるスピノエコー信号に対応する。 M_I は参照用信号の位相

を M_R を測定する場合に比べ $\pi/2$ だけずらせて得られる。ゲイオードを用いた検波では磁化 M の大きさ ($|M| = (M_R^2 + M_I^2)^{1/2}$) に比例したスピノエコー信号強度が得られる。

I 層 流

(1) 一様流

最も簡単な場合としては一様流がある。現実の円筒管の中の流れでは、粘性のため実現はしない。しかしこの“流れ”は核スピンをもつ試料全体をNMRコイルの中で一定の速度で移動させることで実現できる。

速度は円筒管の断面のどの位置でも等しく、円筒管の軸に平行である。磁場勾配ベクトルは速度 v に平行にとる。層流に関する(2.15)式で速度分布は $P(v') = \delta(v' - v)$ となり実数部虚数部はそれぞれ

$$M_R(2\tau) = M_0 \cos(\gamma G \tau^2 v) \quad (3.1)$$

$$M_I(2\tau) = M_0 \sin(\gamma G \tau^2 v) \quad (3.2)$$

$$M_R(4\tau) = M_0 \quad (3.3)$$

$$M_I(4\tau) = 0 \quad (3.4)$$

$$|M(2\tau)| = |M(4\tau)| = M_0 \quad (3.5)$$

が得られる。

回転座標系 $x'-y'$ 平面内で，核スピンは時刻 2τ に y' 軸から角度 $\gamma G \tau^2 \hbar$ の方向に収束し，時刻 4τ に再び y' 軸に一致する。磁化の大きさは変らない。

(2) ポワゼイユ流

円筒管内の安定した層流はポワゼイユ流である。速度成分は円筒管の軸方向のみであり，時間によらない。円筒管の断面の半径を ρ_0 とし最大速度を v_0 とすれば，速度の空間分布は

$$v(\rho) = v_0 \left(1 - \frac{\rho^2}{\rho_0^2}\right) \quad (3.6)$$

で与えられる。平均の流速は

$$V = \frac{v_0}{2} \quad (3.7)$$

である。

速度分布は(3.6)式を ρ に関して微分し(2.17)式を用いて, $0 \leq v \leq v_0$ に対しては,

$$P(v) = \frac{1}{v_0}, \quad (3.8)$$

又 $v > v_0$ に対しては $P(v) = 0$ が得られる。

磁場勾配ベクトルを流れの方向にとって, 層流に関する式に(3.8)式を代入すれば,

$$M_R(2\tau) = M_0 \frac{\sin(\gamma G \tau^2 v_0)}{\gamma G \tau^2 v_0} \quad (3.9)$$

$$M_I(2\tau) = M_0 \frac{1 - \cos(\gamma G \tau^2 v_0)}{\gamma G \tau^2 v_0} \quad (3.10)$$

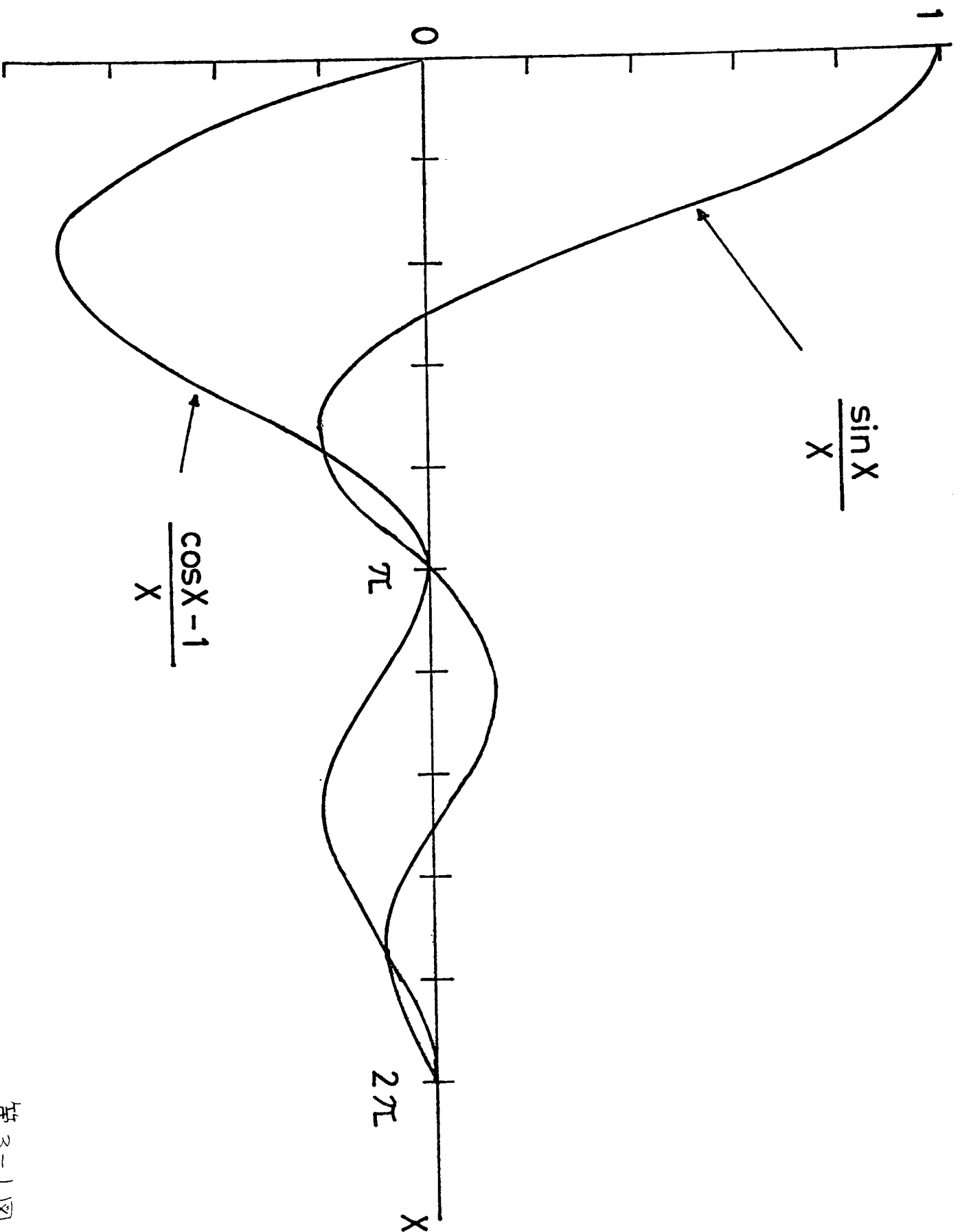
$$M_R(4\tau) = M_0 \quad (3.11)$$

$$M_I(4\tau) = 0 \quad (3.12)$$

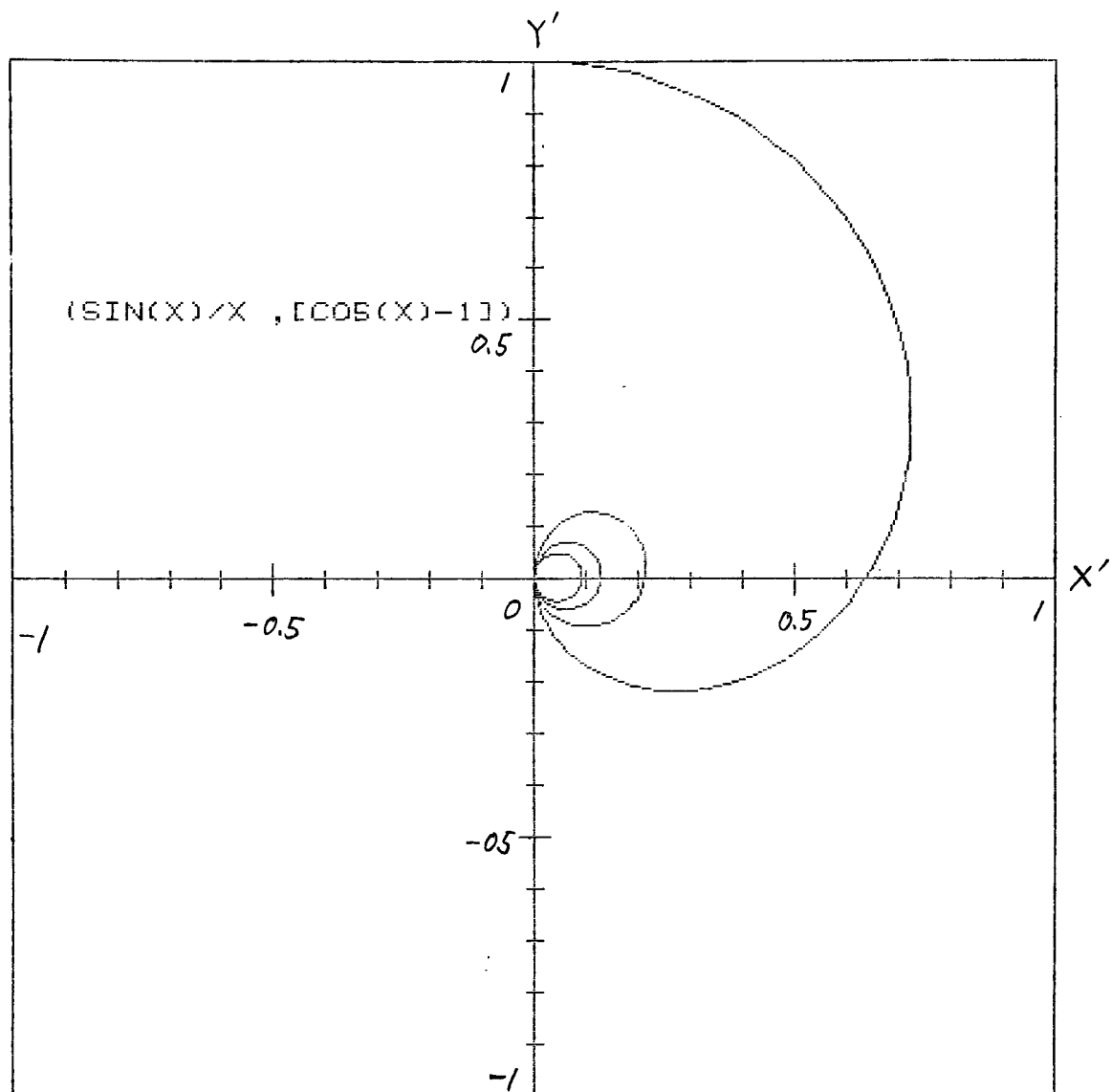
が得られる。第3-1図。時刻0での回転座標系内の磁化の大きさと y' 軸からの角度は,

$$|M(2\tau)| = M_0 \frac{\sin(\gamma G \tau^2 v_0/2)}{\gamma G \tau^2 v_0/2} \quad (3.13)$$

$$\tan \theta = \frac{M_R}{M_I}, \quad \theta = \gamma G \tau^2 v_0/2 \quad (3.14)$$



第 3-1 图



Hewlett-Packard System 45 Desktop Computer 9845A

回転座標系 $x'-y'$ 面における、時刻 2π に磁化 M が収束する位置

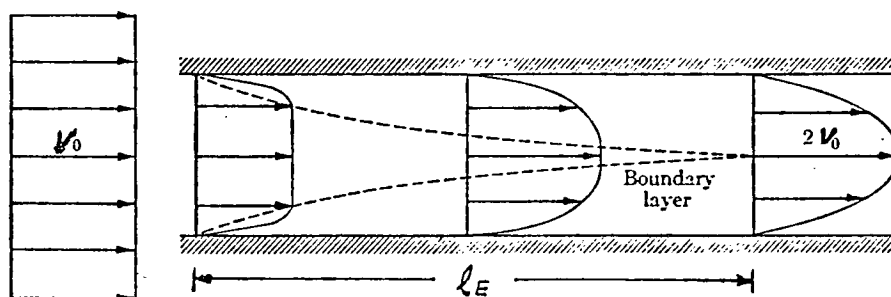
第 3-2 図

で与えられる。時刻 4τ では磁化の大きさは M_0 で、 y' 軸からの角度は 0 である。第 3-2 図。

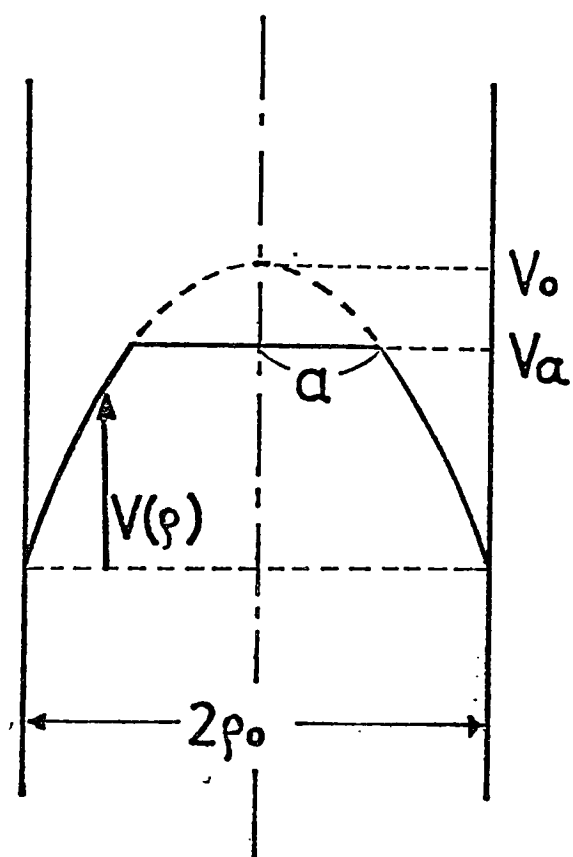
(3) 層流の助走流

一様流が管に流入し、その後その管と平均速度で決まる定常流に達するまでの区間を助走区間²³⁾⁻²⁶⁾といい、その区間内の流れを助走流と言う。又最後に達する定常流が層流であれば層流の助走流という。円筒管の場合助走区間の長さを l_E とすれば層流の場合 $l_E/D = 0.065 R$ (D : 管の直径, $R = VD/\nu$) である。臨界レイノルズ数に近い $R = 2000$ では $l_E = 130D$ であるが、乱流領域に入ると $l_E = 50 \sim 100D$ と短くなる。第 3-3 図。

円筒管内の層流の助走流は次のように近似される。第 3-4 図。軸近くでは一様流であり、管壁ではポワセユ流²¹⁾を形成する。軸近くの一様流のコアの半径を $a(l)$ とする。 l は円筒管の入口から NNR コイルまでの距離である。速度分布は、 $a < \rho \leq \rho_0$ に対しては



第 3-3 图



第 3-4 图

$$v(p) = v_0(l) \left(1 - \frac{p^2}{p_0^2} \right) \quad (3.15)$$

$0 \leq p \leq a$ に対して

$$v(p) = v_0(l) \left(1 - \frac{a^2(l)}{p_0^2} \right) \equiv v_a(l) \quad (3.16)$$

で速度の空間分布が表わされる。 $v_a(l)$ は一様流のコア部分の速度である。平均流速は (3.15) 式, (3.16) 式を用いて

$$V = v_a(l) \left(1 - \frac{v_a(l)}{2v_0(l)} \right) \quad (3.17)$$

あるいは

$$V = \frac{1}{2} v_a(l) \{ 1 + (\varepsilon(l))^2 \} \quad (3.18)$$

で表わされる。ここに $\varepsilon(l) = a(l)/p_0$ である。

(3.15) 式と (3.16) 式から求められる速度分布は 2 種の型の分布

$$P_1(v) = \frac{1}{v_0} \quad (0 \leq v \leq v_a(l)) \quad (3.19)$$

$$P_2(v) = \frac{a^2(l)}{p_0^2} \delta(v - v_a(l)) \quad (3.20)$$

の和 $P_1(v) + P_2(v)$ で与えられる。ここに $\delta(x)$ はデルタ関数である。

磁場勾配ベクトルを円筒管の軸に平行にとる。(3.19)式と(3.20)式を用いて、層流に関する(2.15)式(2.16)式は

$$M_R(2\tau) = M_0 \left\{ (1-\varepsilon^2) \frac{\sin X}{X} + \varepsilon^2 \cos X \right\} \quad (3.21)$$

$$M_I(2\tau) = M_0 \left\{ (1-\varepsilon^2) \frac{1-\cos X}{X} + \varepsilon^2 \sin X \right\} \quad (3.22)$$

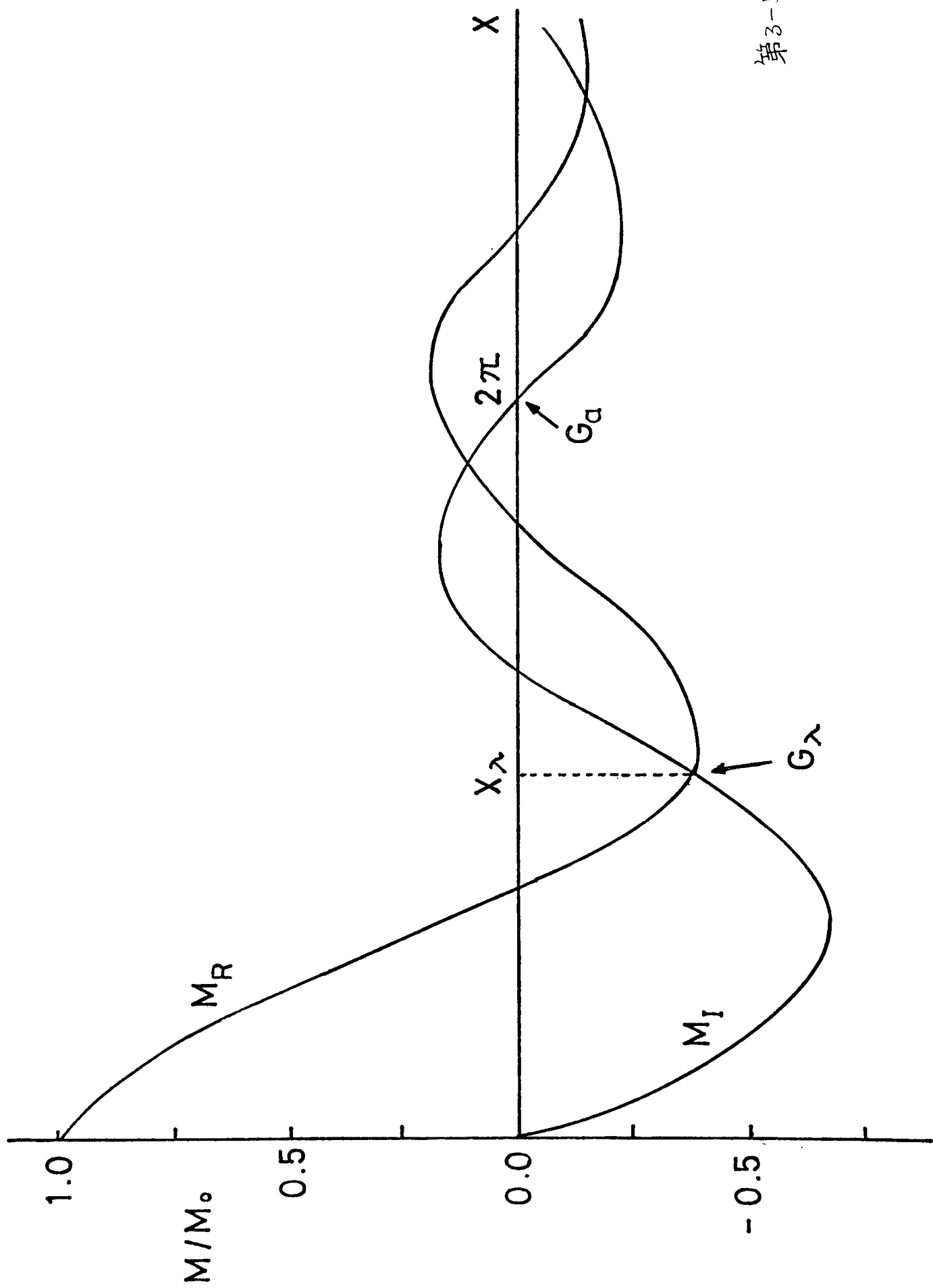
$$M_R(4\tau) = M_0 \quad (3.23)$$

$$M_I(4\tau) = 0 \quad (3.24)$$

と書かれる。ここに $X = \gamma G \tau^2 v_a(l)$ 又 $\varepsilon = a(l)/p_0$ である。

(3.21)式, (3.22)式で与えられる, 期待されたスピノエコ-信号強度の磁場勾配変化を第3-5図に示す。

コアの半径 $\varepsilon(l)$ を求めるにはスピノエコ-信号強度の磁場勾配変化を測定し, (2.15)式に従って $\gamma G \tau^2$ に関する数値フーリエ変換を行い, 速度分布を得た後, (2.18)式に従って速度の空



第3-5图

間分布を決めれば良い。しかしここでは別の方法を用いて容易に $\varepsilon(l)$ を求める方法を述べる。

第3-5図で $G = G_a$ で $M_I = 0$ となり (3.22) 式から

$$v_a(l) = \frac{2\pi}{rG_a\tau^2} \quad (3.25)$$

が得られる。 $G = G_\lambda$ で $M_R = M_I$ となつて (3.21) 式と (3.22) 式から

$$\frac{\varepsilon^2}{1-\varepsilon^2} = \frac{\cos X_\lambda + \sin X_\lambda - 1}{X_\lambda (\sin X_\lambda - \cos X_\lambda)} \quad (3.26)$$

が得られる。ここに $X_\lambda = rG_\lambda\tau^2 v_a(l)$ である。 r は定数であり、 τ は実験でのパラメターであるから、 G_a と G_λ を測定することによって、 v_a と ε を決定することが出来る。

Ⅱ 乱 流

円筒管内の流れで、そのレイノルズ数が臨界値を越えると、円筒管の軸に垂直な速度成分はもはや0でなくなる。第二章ではCPMG法によって乱流中での速度分布と、速度空間での速度の拡散の仕方を調べることもできることを示した。又円筒管の軸方向の速度成分と軸に垂直な方向の速度成分を磁場勾配ベクトルの方角を選ぶことで独立に観測できることも示した。

この節では、軸方向の速度成分による平均の速度の空間分布が^{27) 28)}“ $1/\gamma$ 乗法”に従う場合のスピンエコー信号強度を求める。つぎに管の軸に垂直な速度成分による速度分布を正規分布と仮定した時を調べる。最後に速度空間での速度の拡散の仕方として、ガウス型拡散とローレンツ型拡散について(2.43)式、(2.44)式の拡散が寄与する部分を調べる。

定常状態においては速度空間での速度の拡

散の仕方と速度分布は独立ではない。任意の時刻に速度分布 $P(v_0)$ のうち速度が v_0 から $v_0 + dv_0$ をもつ水分子は拡散によって速度の範囲を広げるが、その後のどの時刻をとってみても全体では同じ速度分布をもつはずである。

(1) 円筒管の軸方向の速度成分

円筒管内の乱流の速度の空間分布は種々提唱^{29), 30)}されているが、管壁の粗滑にかかわらず成立し、管の断面全体にわたってほぼ成立するベキ乗公式

$$\bar{v}(p) = v_0 \left(\frac{p_0 - p}{p_0} \right)^{1/n} \quad (3.27)$$

が早くから実験的に知られていた。 n の値はレイノルズ数が約 10^5 で 7 であり、普通 1/7 乗則とも呼ばれている。 n の値はレイノルズ数の減少と共に減少する。 \bar{v} は時間平均である。

(3.27) 式を p に関して微分し、(2.17) 式を用いて速度分布を求めると、

$$P(\bar{v}) = \frac{2n}{v_0} \left\{ \left(\frac{\bar{v}}{v_0} \right)^{n-1} - \left(\frac{\bar{v}}{v_0} \right)^{2n-1} \right\} \quad (3.28)$$

となる。 n のいろいろな値に対する (3.28) 式で与えられる速度分布を第 3-6 図に示した。

第二章での乱流についての結果 (2.43) 式における速度分布 $P(v_0)$ を (3.28) 式でおきかえて、

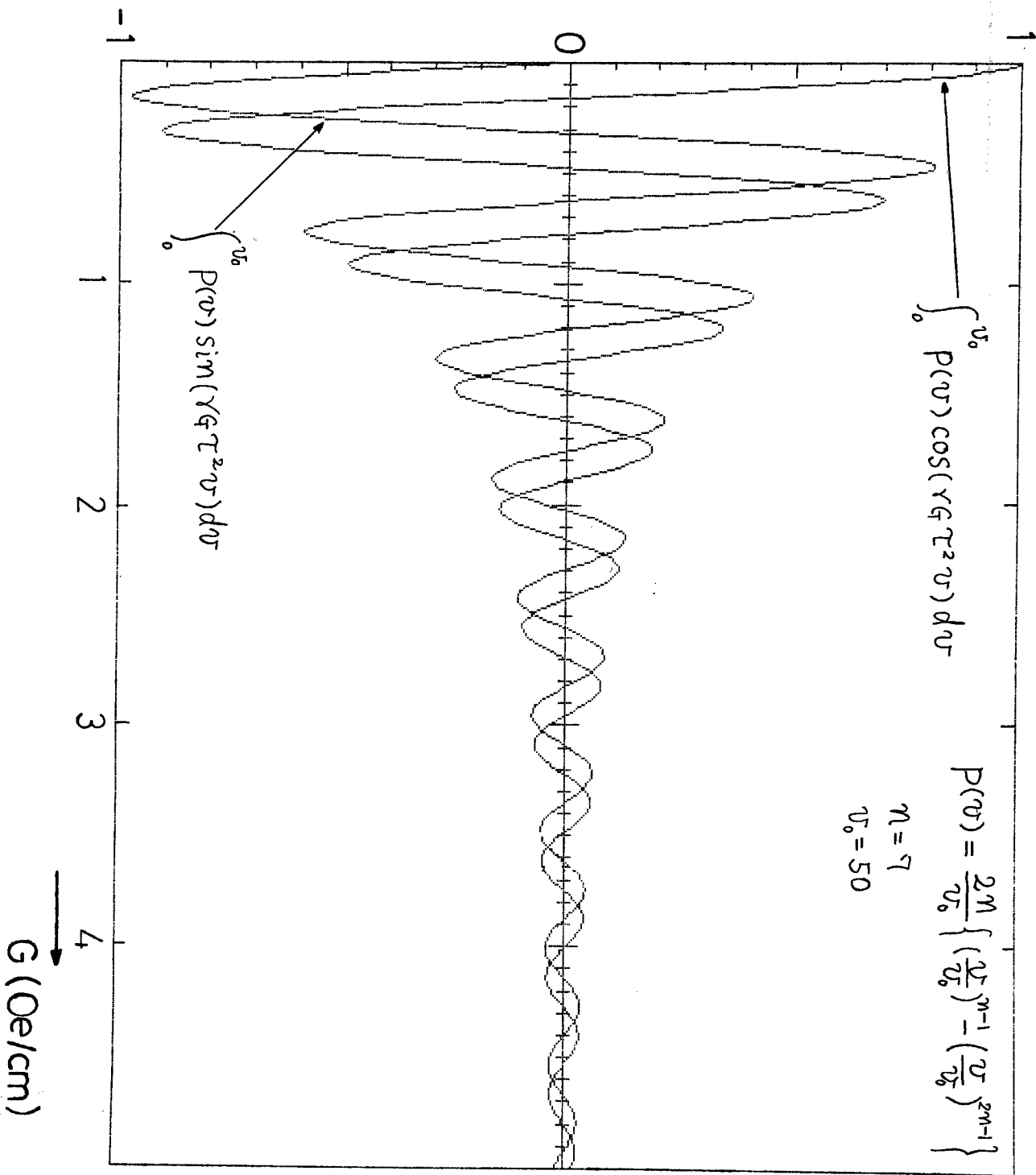
$$\int_0^{v_0} P(\bar{v}) \exp(-i\gamma_0 \tau^2 \bar{v}) d\bar{v} \quad (3.29)$$

とする。 $n=7$ に対する (3.29) 式の数値積分の結果を第 3-7 図に示した。

円筒管の軸方向の速度成分による速度分布は、円筒管の断面の各点の平均速度を $\bar{v}(p)$ として (3.27) 式を決め、(3.28) 式に至った。瞬間の速度は $v = \bar{v}(p) + v'(p)$ であるが、速度分布としては、その平均からのゆらぎである $v'(p)$ は無視されてよいであろう。

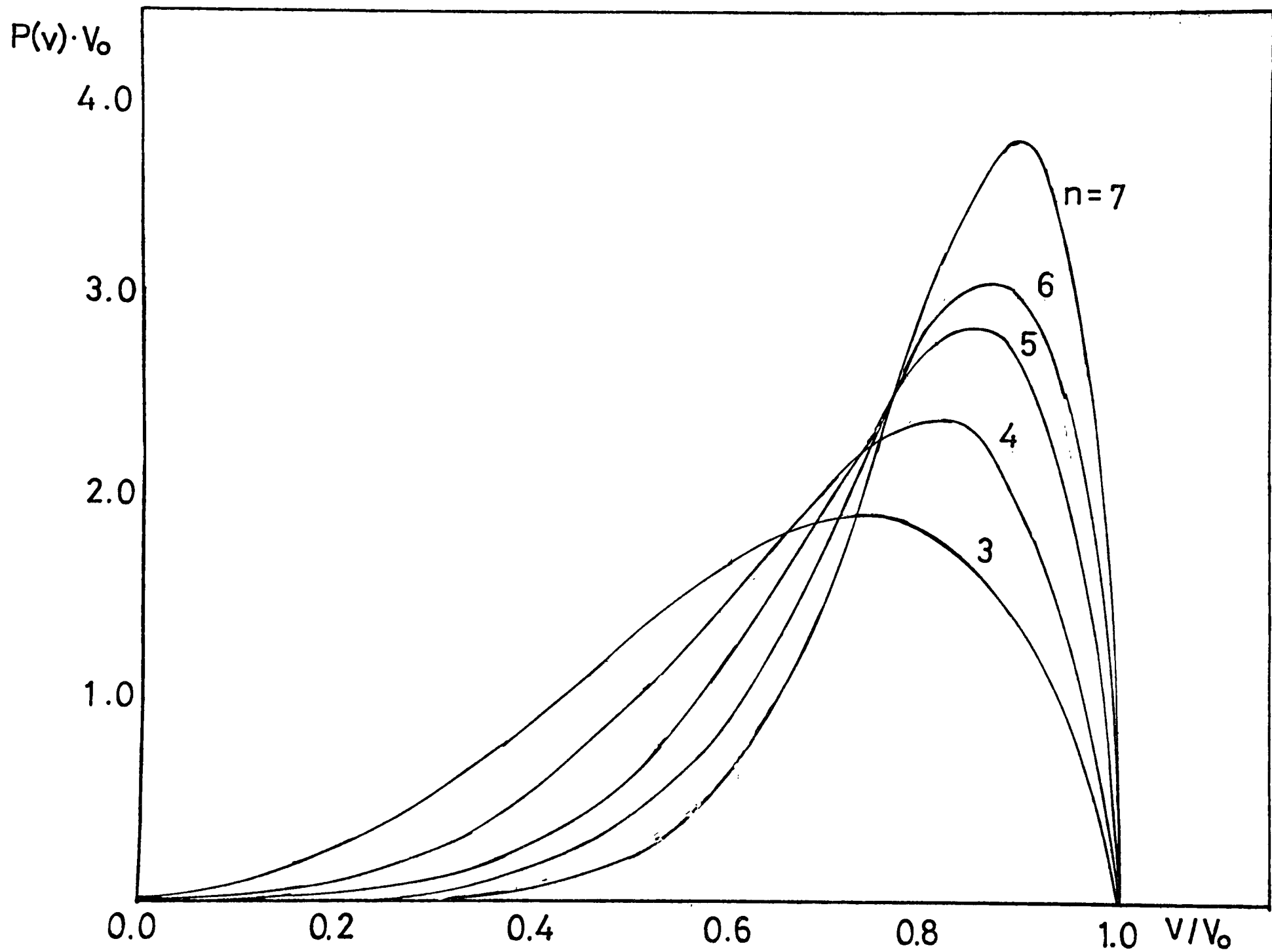
(2) 円筒管の軸に平行な速度成分

円筒管の軸に垂直には瞬間の速度成分は 0 ではない。その速度分布を $P(u)$ とし、正規分



第3-7图

Hewlett-Packard System 45 Desktop Computer 9845A



布とローレンツ型分布を考えてみる。

正規分布の場合では

$$p(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\langle u^2 \rangle}} \exp\left\{-\frac{u^2}{2\langle u^2 \rangle}\right\} \quad (3.40)$$

を(2.43)式の $P(u_0)$ におきかえて u に関する積分を行なえば

$$\begin{aligned} & \int p(u) \exp(i\gamma G \tau^2 u) du \\ &= \exp\{-\gamma^2 G^2 \tau^4 \langle u^2 \rangle\} \end{aligned} \quad (3.41)$$

が得られる。

ローレンツ型分布の場合では

$$p(u) = \frac{\sqrt{\langle u^2 \rangle}}{\pi} \frac{1}{u^2 + \langle u^2 \rangle} \quad (3.42)$$

から

$$\begin{aligned} & \int p(u) \exp(-\gamma G \tau^2 u) du \\ &= \exp\{-\gamma G \tau^2 \sqrt{\langle u^2 \rangle}\} \end{aligned} \quad (3.43)$$

が得られる。 $\sqrt{\langle u^2 \rangle}$ は分布の幅である。

(3) 速度空間での速度の拡散

速度空間での速度の拡散 (2.20) 式として, が
ウス型拡散とローレンツ型拡散を仮定して,
(2.43) 式, (2.44) 式を調べる。

がウス型拡散は

$$p_G(v, t; v_0) = \frac{1}{\sqrt{4\pi k t}} \exp\left\{-\frac{(v-v_0)^2}{4kt}\right\}. \quad (3.44)$$

で与えられる。(2.22) 式を用いて

$$\begin{aligned} \tilde{p}(y, t) &= \int p(v, t; v_0) \exp\{-i(v-v_0)y\} dv_z \\ &= \exp(-ky^2 t) \end{aligned} \quad (3.45)$$

が得られる。従って (2.24) 式より関数 $f(y)$ は

$$f(y) = ky^2 \quad (3.46)$$

で与えられる。これを用いて (2.42) 式を計算して

$$F(\tau) = \frac{23}{30} \gamma^2 G^2 k \tau^5 \quad (3.47)$$

を得る。(2.43) 式 (2.44) 式は

$$M(2\tau) = M_0 \exp\left\{-\frac{23}{30} \gamma^2 G^2 k \tau^5\right\} \times \int p(v_0) \exp(-i\gamma G \tau^2 v_0) dv_0 \quad (3.48)$$

$$M(4\tau) = M_0 \exp\left\{-\frac{23}{15} \gamma^2 G^2 k \tau^5\right\} \quad (3.49)$$

となる。

ローレンツ型拡散では

$$P_L(v, t; v_0) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{mt}{(v-v_0)^2 + m^2 t^2} \quad (3.50)$$

$$\tilde{p}(y, t) = \exp\{-m|y|t\} \quad (3.51)$$

$$f(y) = m|y| \quad (3.52)$$

$$F(\tau) = \gamma G m \tau^3 \quad (3.53)$$

であり (2.43) 式, (2.44) 式は

$$M(2\tau) = M_0 \exp(-\gamma G m \tau^3) \times \int p(v_0) \exp(-i\gamma G \tau^2 v_0) dv_0 \quad (3.54)$$

$$M(4\tau) = M_0 \exp(-2\gamma G m \tau^3) \quad (3.55)$$

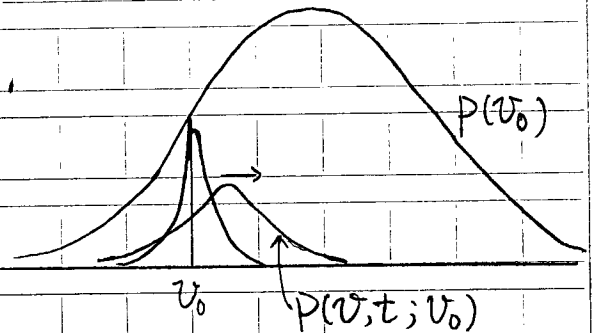
で与えられる。

ここで注意しなければならないのは, (3.44)

式や (3.50) 式は定常な速度分布を保てない事である。両式で表わされる拡散は、時刻 0 で v_0 であってその後の時刻は v_0 を中心に速度空間を等方的に拡散する。速度分布を定常に保つためには拡散の中心が速度分布の中心へもどす機構が必要となる。(第3-8図) これは

$$\langle v \rangle = \int v P(v, t; v_0) dv_0 = v_0 e^{-Rt} \quad (3.56)$$

で表わしてよい。これに供い上の議論は修正さめねばならない。



しかし短い時間間隔

(ラジオ波パルスの間

第3-8図

隔での数倍) での拡散による幅 $(4Rt)^{1/2}$ 又は mt が速度分布の幅より十分小さければ、(3.44)式や (3.50)式をそのまま用いてもよい。

Ⅲ 分子のブラウン運動による自己拡散 の効果

この節では以上の議論で無視してきた自己
拡散による効果を見る。拡散方程式を満足す
るかうす型拡散

$$p(x, t; x_0) = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left\{-\frac{(x-x_0)^2}{4Dt}\right\} \quad (3.5)$$

でミクロな拡散は行なわれているとする。

スピノエコー信号強度は (2.10) 式を

$$\phi_j(2n\tau) = \pm \gamma G \int_0^{2n\tau} \alpha(\tau, t) \chi(t) dt \quad (3.57)$$

として用いて (2.26) 式から (2.39) 式まで関数 $S(t, 2\tau)$
を $\alpha(\tau, t)$ と変更するだけで全く同様に計算する
ことができる。 (2.40) 式と (3.46) 式のかわりに、

$$\int_0^{2n\tau} \alpha(\tau, t) dt = 0 \quad (3.58)$$

を用いて、 (2.41) 式として

$$M(x_0, 2\tau) = \exp\{-F(\tau)\} \quad (3.59)$$

を得る。ただし

$$F(\tau) = 2 \int_0^{\tau} f(rGt) dt \quad (3.60)$$

である。又 (3.52) 式は $f(t)$ として

$$f(t) = Dy^2 \quad (3.61)$$

をよえるから

$$M(2\tau) = M_0 \exp\left\{-\frac{2}{3} r^2 G^2 \tau^3 D\right\} \quad (3.62)$$

が得られる。この結果は文献 3), 16) と一致している。

自己拡散の大きさは水で $2.5 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$ 程度で実験で行った代表的な $\tau \sim 4 \text{ ms}$ と最大に近い $G \sim 6 \text{ Oe/cm}$ については

$$1 - \exp\left\{-\frac{2}{3} r^2 G^2 \tau^3 D\right\} \sim 0.027$$

の程度である。従って τ と G に対するこれらの範囲での実験では、自己拡散の効果は無視されてよい。それに対して層流の範囲の流速 $V = 20 \text{ cm}$ ($D = 1 \text{ cm}$, $R = 2000$) で (3.9) 式において、

$M_R(2\pi) = 0$ となる $\gamma G \tau^2 v_0 = \pi$ を与える G の値は
 $\tau = 4 \text{ ms}$ として, 0.18 Oe/cm である。

又自己拡散によるスピノエコー信号強度の
 G 及び τ で依存性は, 速度の拡散での G 及び τ で
依存性と異っている事を指摘しておかねばな
らない。

第四章 実験装置

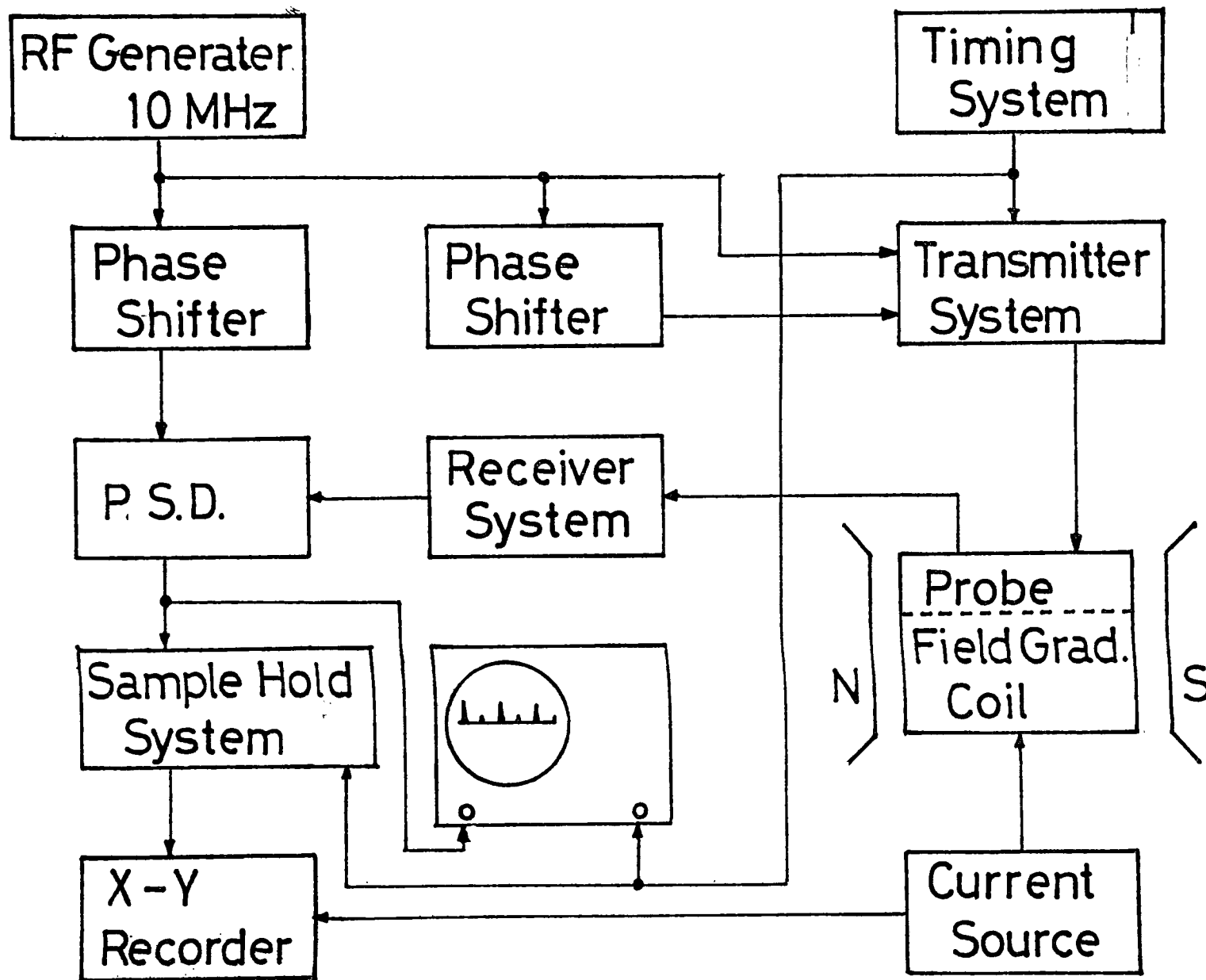
実験装置はパルス法核磁気共鳴の装置(第4-1図), 磁場勾配発生装置(第4-9図)と円管流発生装置(第4-13図)からなる。

I パルス法核磁気共鳴の装置

パルス法核磁気共鳴の装置は, 静磁場 H_0 を作るための電磁石, 連続したラジオ波を作るための装置, これらをパルスの的に働かせるための時間制御装置, 送信コイルと受信コイルを含むプローブ, 自由誘導減衰とスピンエコー信号を観測する受信器とこれらの信号をX-Y記録器の入力信号に変換するためのサンプリングポールド装置及びBoxcar積分器からなっている。そのブロック図を第4-1図に示す。

(1) 電磁石 (H_0 用)

電磁石は日本電子光学社製のJM-360型で,



第4-1図

磁極間隙 65 mm, 磁極径 300 mmφ 最大磁場 14,000 Oe, 磁場均一度 $10^{-6}/10\text{ mm}\phi$ である。電磁石の励磁電源の電流安定度は 10^{-5} である。

磁場の安定のために使用した同社製のフラックススタビライザーに関しては, 自作した NMR コントロール装置とともに後に記する。

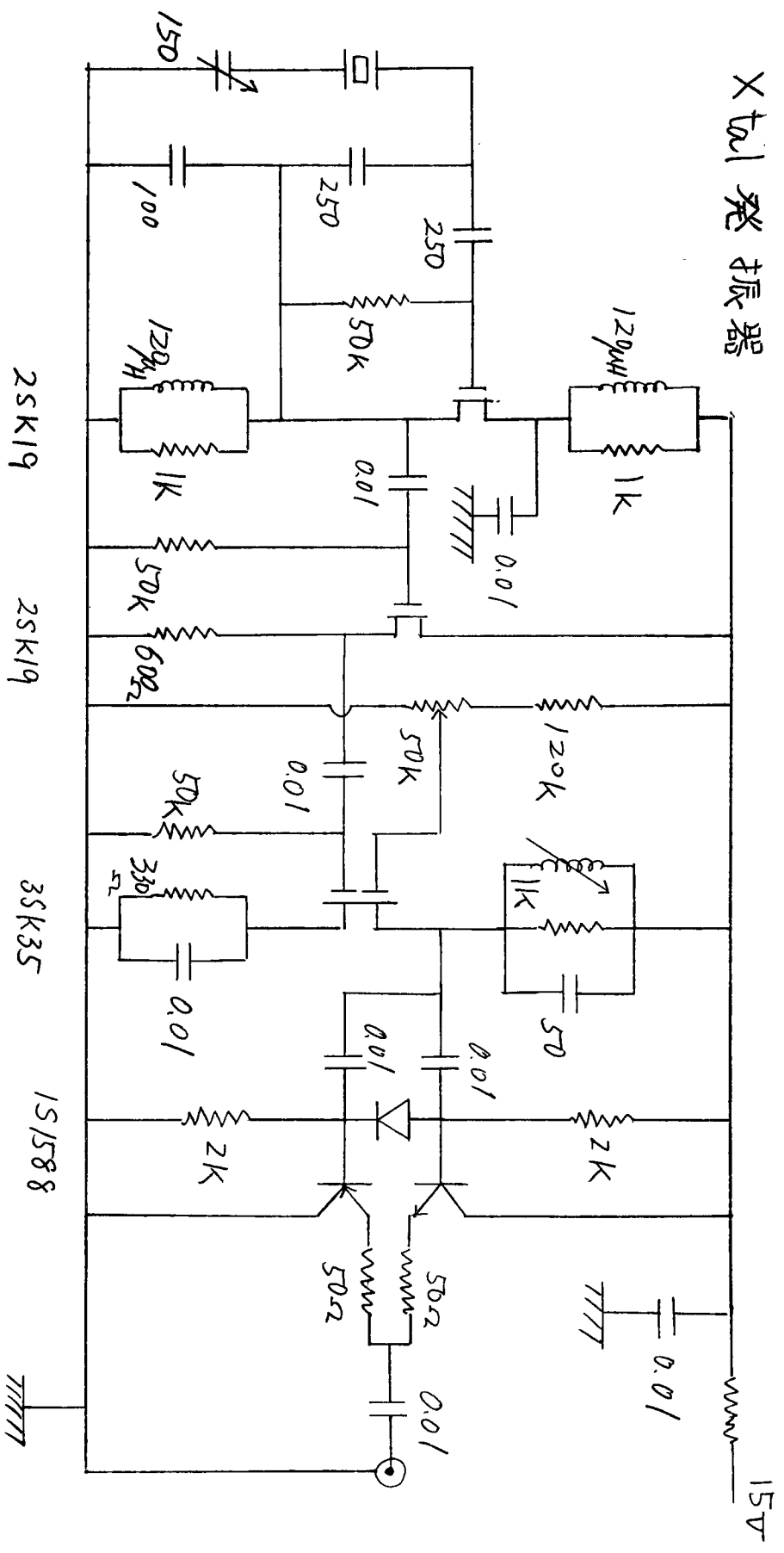
(2) 10 MHz 送信器と時間制御装置

90° 及び 180° ラジオ波パルスの周波数は 10 MHz である。10 MHz の水晶発振器 (第 4-2 図) から発生した 10 MHz の連続波信号は, 三方向に向う。

1 つは直接にゲート増幅器 I へ, 2 つ目は位相変換器 (昭和電線電纜社制 DLV-102, 連続可変, 10 MHz に対し最大 20 波長遅れる) を介してゲート増幅器 II へ, 最後の 1 つは位相変換器 II を介し位相敏感検波器に至る。ゲート増幅器 I 及び II はそれぞれ 90° 及び 180° ラジオ波パルスを作るためのものである。

60 MHz を分集することによって作られる一定

Xtal 振荡器

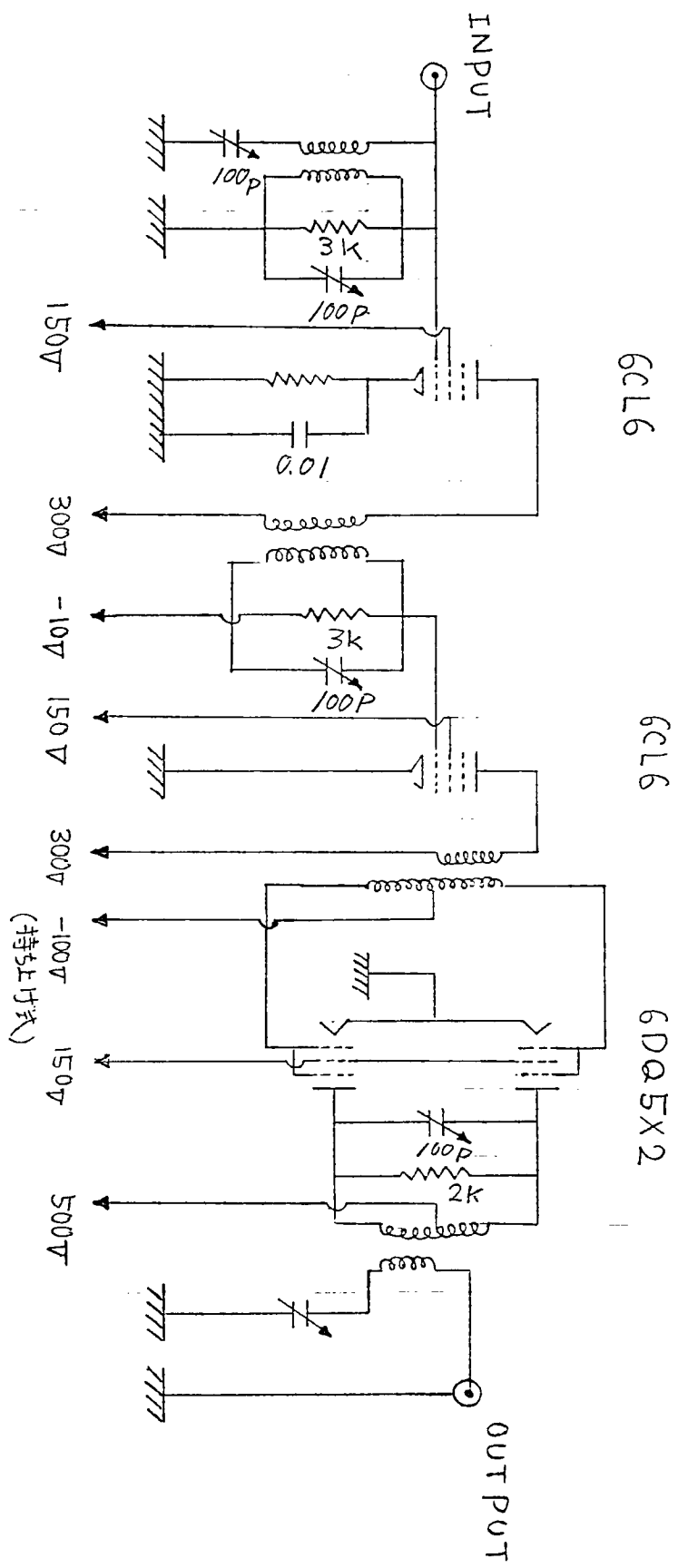


時間間隔 t_p をもつ 2 つの鋭いパルス (トリガー) が、1 秒程度の時間間隔 ΔT で繰り返えし時間制御装置の内部で発生し、初めのトリガーから τ 時間遅れて 2τ の間隔で後のトリガーが発生する。時間間隔 τ , 2τ は 100KHz で発振する水晶発振器の周波数を分集して作る。このようにして時間制御装置から時刻 0, τ , 3τ , ... にトリガーが発生し、時刻 t_p に終る。時刻 0 のトリガーはゲート増幅器 I へ、時刻 τ , 3τ ... のトリガーはゲート増幅器 II へ入力され、それぞれのゲート増幅器で入力されたトリガーにより単安定マルチバイブレーターがそれぞれ時間間隔 t_w と $2t_w$ 働き連続波をゲートする。 τ は 0.2ms から 90ms まで可変、 t_w は数 μ s から数 10 μ s まで可変である。

ゲート増幅器 I, II から出力された 90°, 180° 用ラジオ波パルスは混合器で混合された後、電力増幅器へ送り込まれる。

電力増幅器 (第 4-3 図) は三段からなる。初段と 2 段は 6CL6 を用い、初段は自己バイアス方

10 MHz 電力増幅器



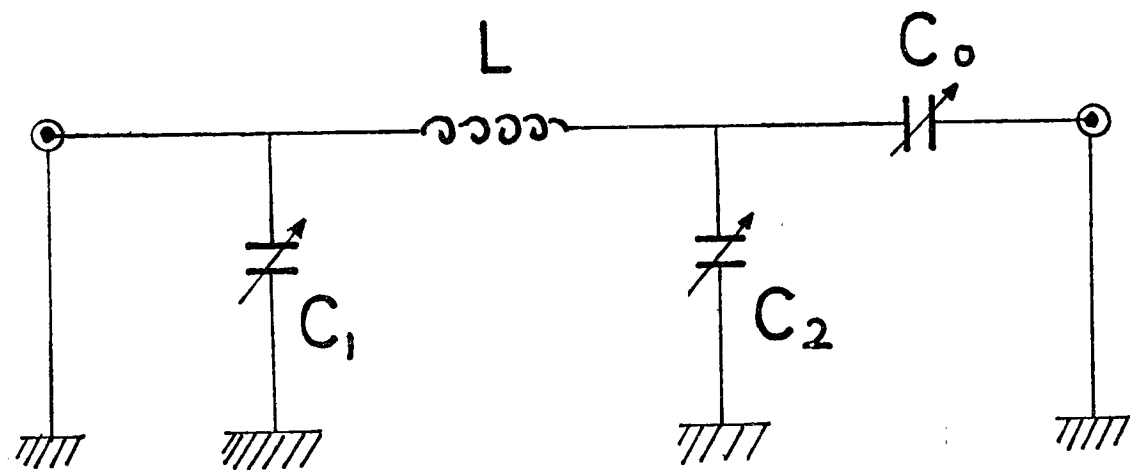
第4-3図

式である。最終段は6DQ5を用いたプッシュプル増幅器となっている。バイアスはラジオ波パルスの入力のない時間はグリッド電圧が-100~-150ボルトに沈められていて入力される時間は0ボルト程度まで持上げるグリッド持上げ方式である。この方式の利点は最終段からの雑音を減少する事、10MHz水晶発振器から出る連続波信号の漏洩を、ラジオ波パルス増幅時以外の時間に増幅することとを避けることにある。

電力増幅器からのラジオ波パルスはインピーダンス整合の目的のπ型フィルター(第4-4図)を経て送信コイルに送られる。送信コイルで作られるパルス磁場の大きさは最大10 Oe程度である。

(3) フォループ

流れを測定するフォループは、送信用コイルと受信用コイルからなる。第4-5図。後に述べる格子の後の流れの測定以外では、受信用コ

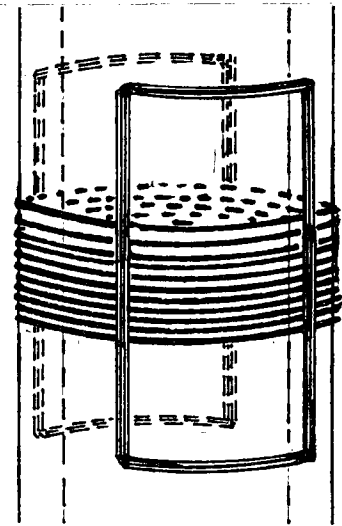


C_1, C_2 数 100pF

C_0 数 10pF

第 4-4 图

イルは水を直接流すアクリル樹脂製円筒管（内径 1.0 cm, 外径 1.4 cm）に長さ 0.5 cm にわたってソレノイド型に直接巻かれている。送信用コイルは受信用コイルに対してクロスコイル方式で、馬の鞍形³¹⁾に円筒管及び受信用コイルの上に巻かれている。馬の鞍形コイルの直線部の長さは 2.0 cm である。この方式の利点は、(1) 試料部でのラジオ波磁場の均一性が得られる。(2) 大電力大電圧のラジオ波パルスが受信コイルと隔離される。30 db 程度落ちる。(3) 送信、受信の



第 4-5 図

同調が独立にできる。

ブローブは電磁石の磁極及び、磁場勾配発生用コイルの中心に置かれている。

格子の後の流れを測定する場合は、送受信用コイルを巻いてある円筒管（内径 1.2 cm, 外径 1.4 cm）の内側に水を流すアクリル製円筒管（内径 1.0 cm, 外径 1.2 cm）が挿入されていて、内

側の円筒管内部にとりつけてある格子（銅×
ツシュ 16. ）と測定部の距離を相対的に変化
できるようにしてある。

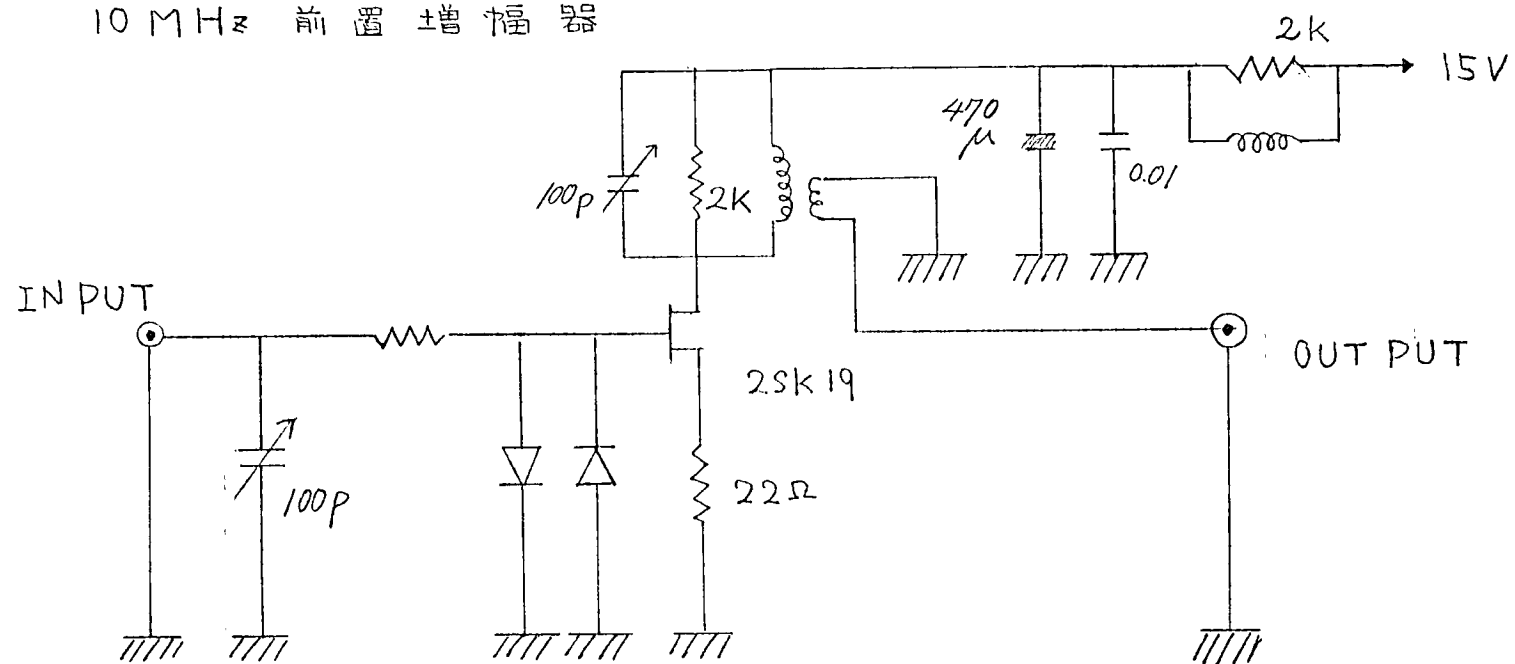
(4) 受信器

受信コイルによって検出された自由誘導減
衰及びスピニエコー信号は、低雑音増幅用 F
ET 2SK19 を用いた前置増幅器（第4-6図）に送
られる。前置増幅器の入口には二つのダイオ
ードを互いに逆方向に並列につなぎ大電圧に
対する負荷を実効的に0にし、前置増幅器を
保護できるようにされている。

前置増幅器で低雑音増幅された信号は 10 M
Hz に同調された真空管式の広帯域増幅器（増
幅度約 100 db）に送られ、最終段で一部位相敏
感検波器へ送られたあとダイオード検波され
る。

位相敏感検波器として Hewlett Packard 社製、
Double Balanced Mixers (Model 10514A) を使用した
。参照用連続波信号は 10 M Hz 水晶発振器から

10 MHz 前置放大器



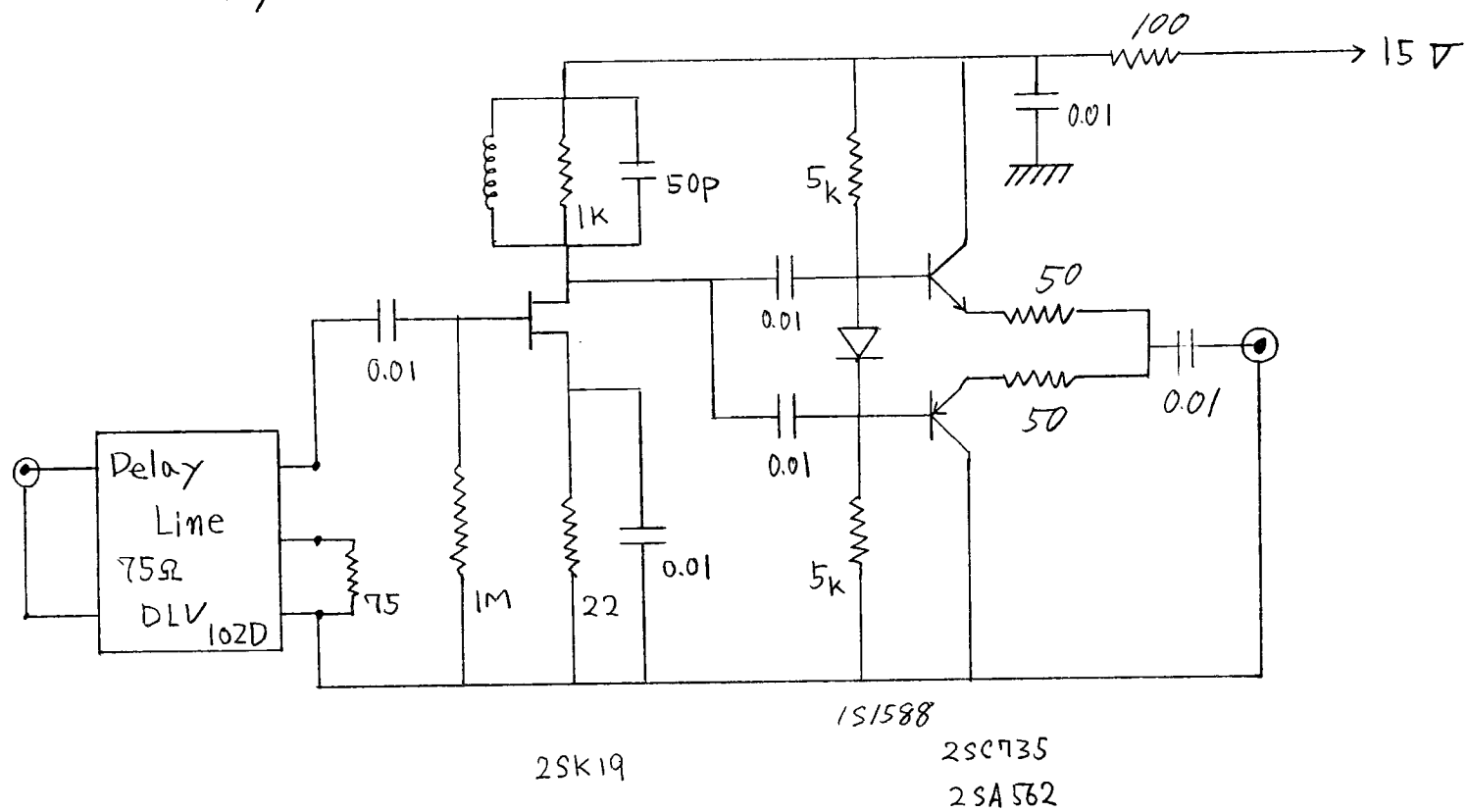
第4-6图

位相変換器Ⅱを経、バッファ増幅器(第4-7図)を経由して送られる。

位相敏感検波された信号は Operational Amplifier (第4-8図, $\mu A777$ 使用) で非反転増幅された後オシロスコープ(Hewlett Packard社製 memory-scope model 181A又は岩崎通信機社製シンクロスコープ SS-5302)でモニター及び写真撮影される一方、サンプルホールド増幅器(Teledyne Philbrick社製 Sample-Hold Amplifier 4856使用, サンプリグ時間数 μs)に、又ある時には Box car 積分器(Princeton Applied Research 社製 Model 160)に入力される。

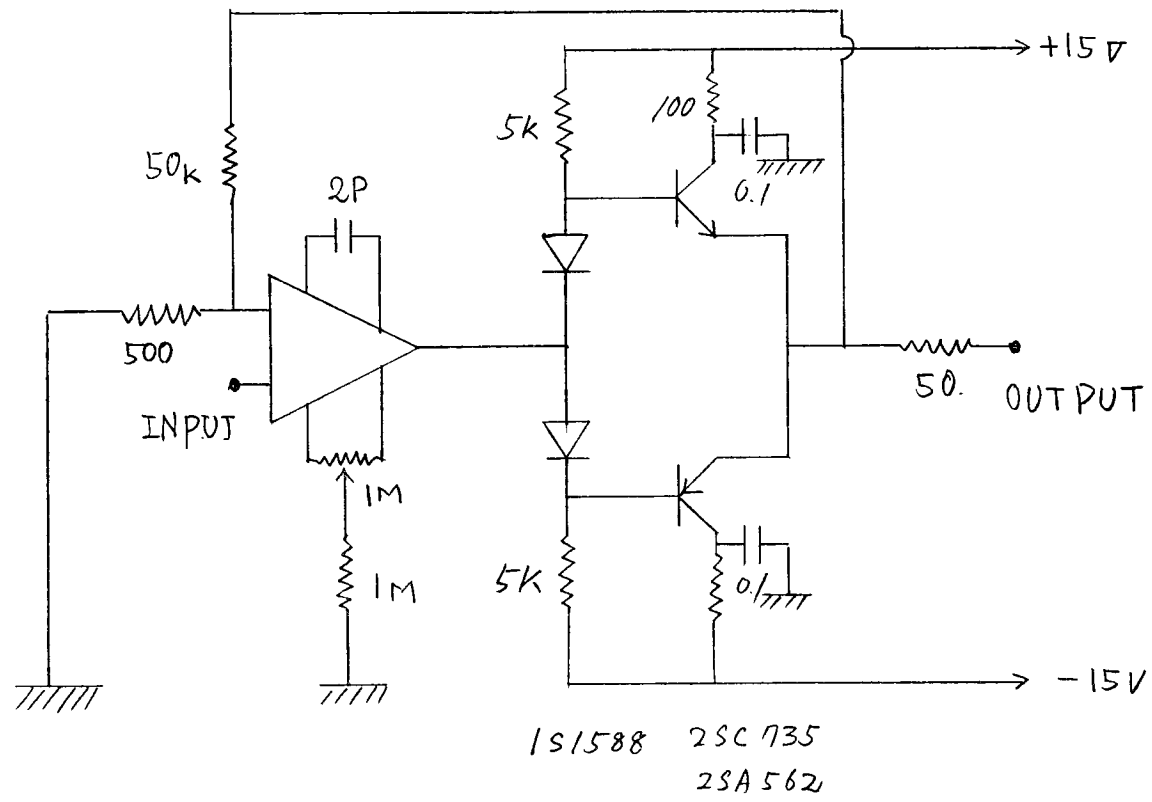
スピンエコー信号のピーク値の磁場勾配変化を観測する際はサンプルホールド増幅器の出力を X-Y 記録器の Y 軸に、磁場勾配発生用コイルに流れる電流に比例した電圧を X 軸に入力して行う。自由誘導減衰やスピンエコー信号の形は Box car 積分記を用いて X-Y 記録器に書かせる。

Delay Line のための バッファ増幅器



第4-7回

非反轉增幅器. ($\mu A 777$)



第4-8图

Ⅱ 磁場勾配発生用コイル

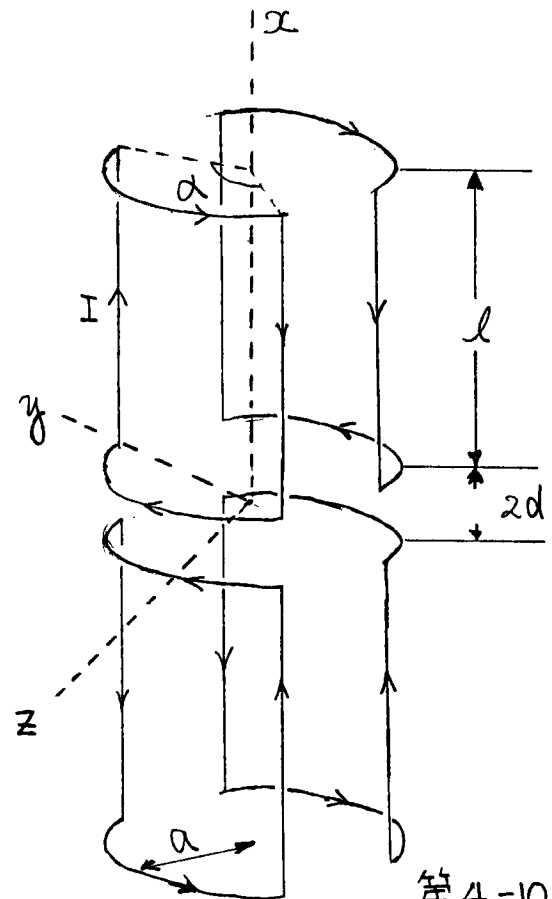
本研究の実験においては二種類の磁場勾配発生用コイル^{31) - 33)}を用いた。円筒管の軸に平行な速度成分を観測するための(i) $G = (G, 0, 0)$ を発生するコイルと, 円筒管の軸に垂直な速度成分のための(ii) $G = (0, 0, G)$ を発生するコイルである。二種類のコイルを第4-9図に示す。コイル(ii)は文献³¹⁾で論じられているので, (i)について発生する磁場勾配の大きさと線型性を検討する。

第4-10図において, x 軸は円筒管の軸に一致させてあり, NMRコイルの中心を原点におく。

対称性から y 軸上と z 軸

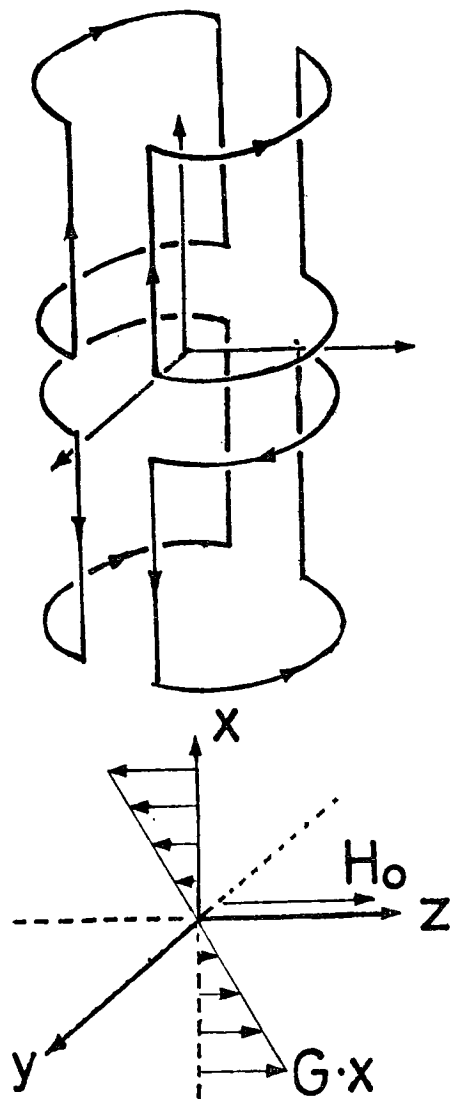
上で $\frac{\partial H_z}{\partial y} = \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0$ である。

$$H(x) = \frac{I \sin \frac{\alpha}{2}}{\pi} [h(l+d-x) + h(x-d) + h(x+d) - h(l+d+x)] \quad (4-1)$$

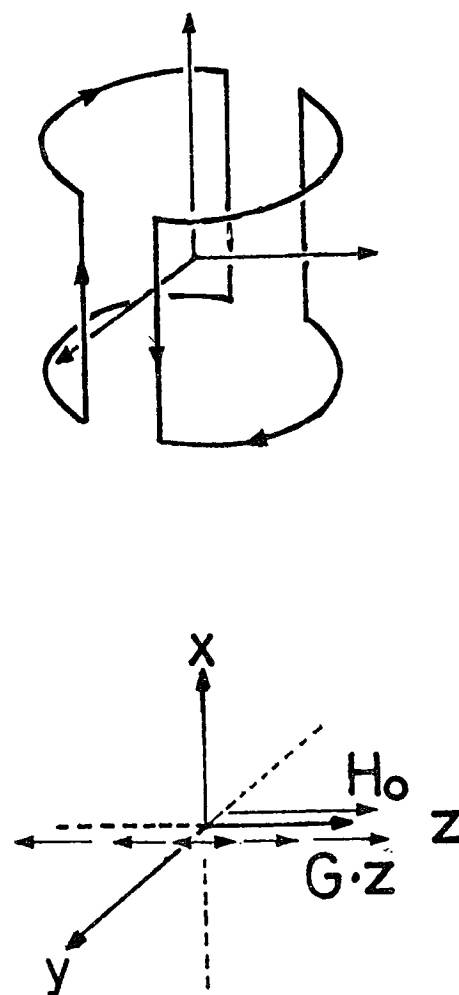


第4-10図

(i) $G(G, 0, 0)$



(ii) $G(0, 0, G)$



又

$$h(x) = \frac{x}{a(a^2 + x^2)^{1/2}} + \frac{ax}{(a^2 + x^2)^{3/2}} \quad (4.2)$$

で発生する磁場が表わされる。 n は巻数, I (A) はコイルに流れる電流である。 x について展開して, 実際に用いた値, $\alpha = 2 \text{ rad}$, $a = 3 \times 10^{-2} \text{ m}$, $l = 6 \times 10^{-2} \text{ m}$, $d = 5 \times 10^{-3} \text{ m}$ を用いると

$$H(x) \approx (1.12 \times 10^3 I x - 9.55 \times 10^5 I x^3 + 7.62 \times 10^8 I x^5) n \quad (4.3)$$

受信用コイルの長さは 10 mm 以下であるが, $x = 5 \times 10^{-3} \text{ m}$ としても, 三次の項, 五次の項は一次の項に対してそれぞれ $1/40$ と $1/1600$ となつて, それらは無視できる。 C.G.S 単位系を用いれば, $0.14 n I x$ (Oe) となり磁場勾配の大きさは $G = 0.14 n I$ (Oe/cm) となる。

後に磁場勾配の実測の仕方を述べるが, 上記の計算結果と実測値には一致しないことが多い。その原因は, (1) 円筒管の太さ p_0 がコイルの半径 a に比し無視しうるか。 (2) 電磁石の極面にコイルによるイメージ場が生じてい

る。の2点である。

従って実験の解析に用いた磁場勾配の値は、上記の計算値を用いずに、後述するスピニエコーの形から求める方法と、層流状態のスピニエコー信号強度の磁場勾配変化から求める方法を併用して決定した。

磁場勾配発生コイル用の電流源として高砂製作所の定電圧/定電流直流電源 GPV 032-10 を使用した。出力電流を遠隔操作するために、掃引³⁴⁾回路を用いた。この掃引時間は数 μ s から数 100 μ s まで可変である。電流電源、標準抵抗 (0.01Ω)、磁場勾配発生用コイルを直列に接続し、標準抵抗の両端の電圧を X-Y 記録器の X 軸に入力する。Y 軸にはスピニエコー信号強度を入力して磁場勾配変化を記録する。

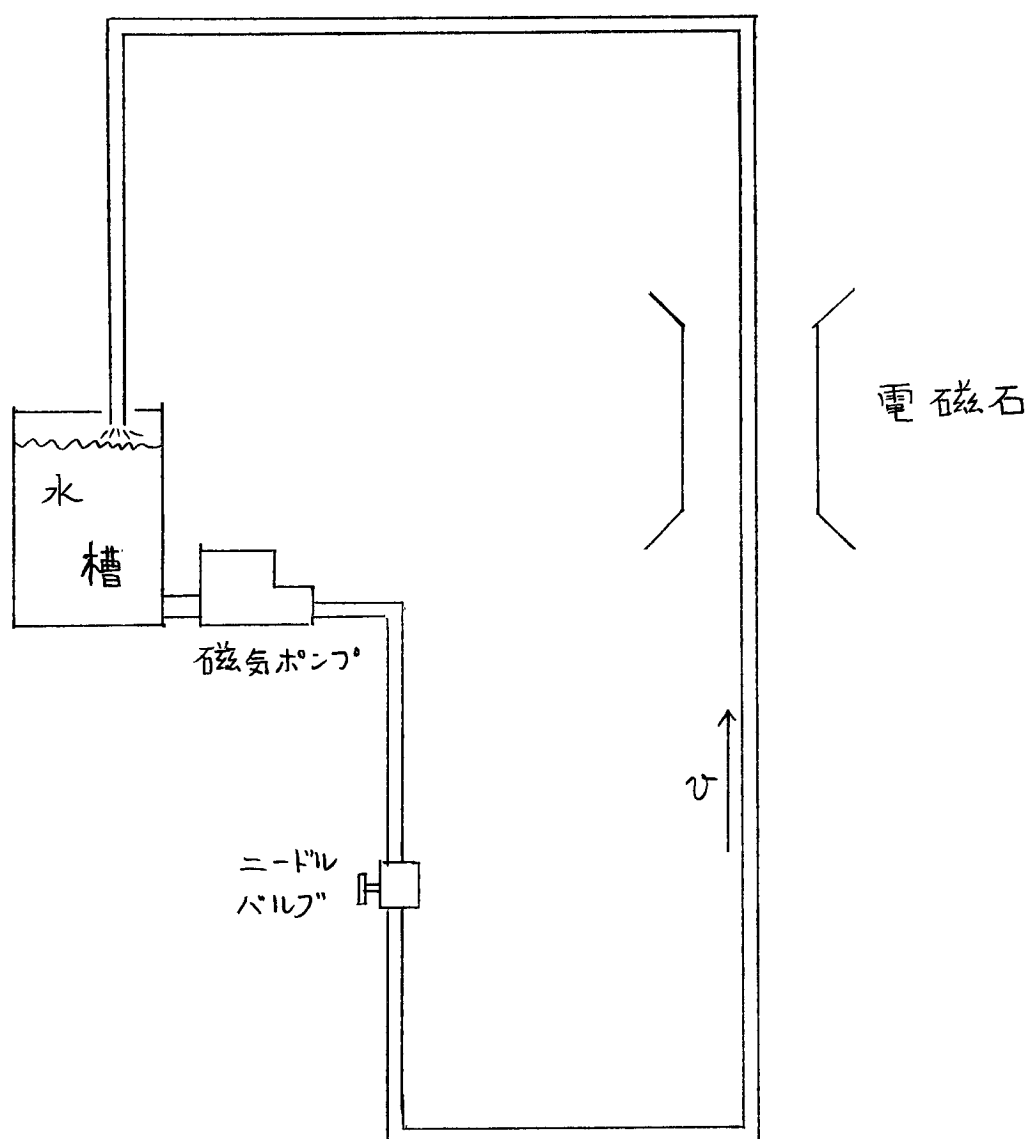
Ⅲ 水流磁気ポンプと水の粘性率

円管流を作るために水流磁気ポンプ（イワキマグネットポンプ MD20, 最大流量 19 l/min ）を使用した。水流ポンプを含む流れの回路を第4-11図に示した。流量調節は手製のニードルバルブで行った。

通常の測定ではアクリル樹脂製円筒管の入口から測定部までの距離は 140 cm である。格子の後の流れの測定では、格子から測定部までの距離を 5 cm から 50 cm までとることができる。測定部での平均流速は $0\sim 80\text{ cm/s}$ で連続的に変えることができる。アクリル樹脂製円筒管の内径は 1.0 cm である。格子は銅の鋼（16メッシュ）を使用した。

試料として水を使用した。純粋な水の動粘性係数は 0°C で $1.792 \times 10^{-2}\text{ St}$, 100°C で $0.295 \times 10^{-2}\text{ St}$ で、実験を行った 20°C では $1.00 \times 10^{-2}\text{ St}$ である。

水が電磁石の磁極の間隙を通過し測定部に達するまでに磁場によりその核スピンを分極



第4-11図

させねばならぬ。少量の硫酸銅を水に混入し、水の核スピンの T_1 を減少させてこれをを行った。硫酸銅の混入による動粘性係数に変化がない事を毛細管中のポワセユ流の測定（京大教養部学生実験室於）で確めた。

IV 磁場安定制御装置

磁場安定制御装置として、NMRコントロールとフラックススタビライザーの併用が最良である。

フラックススタビライザーは日本電子社製PNC-360 NMRコントロール装置のうち同部分³⁵⁾を使用し、NMRコントロール装置は自作した。

電源の安定化だけで磁場の安定を得ることは困難である。なぜなら磁場の不安定は

1) 周囲からの磁気漂遊磁場

たとえば、電力スイッチのON/OFF、電動機、変圧器からの漏洩磁束

2) 電磁石の温度変化に伴う磁場変化

3) 電磁石周囲の磁性体の移動による漏洩磁気の変化

等によるからである。これらの影響による電磁石の磁極間隙に於ける変動磁場の安定化を行うのがフラックススタビライザーである。

磁場の変動は電磁石にとりつけられた検出コイルで検出し、その起電力は低ノイズ、低ドリフトの増幅器及び積分器で構成されるフラックススタビライザーで増幅され変化磁場を補正するような位相で帰還コイルに帰還される。短期の安定度は 10^{-7} で得られる。

次に NMR コントロールとは、磁場設定標準として、核磁気共鳴信号を用いるものであり、静磁場が共鳴点より漂動するときは、その変位の方角により定まる極性を持ち、且つその変位量に比例する直流出力をフラックススタビライザーの入力に与えることによって、この直流出力が常に 0 となるように静磁場を制御する装置である。

第五章 実験の手続, 磁場勾配の測定

I 実験の手続

(CPMG条件の設定)

MelboomとGillは T_2 や D 測定のための Carr-Purcell法を改良し, 特に一連のラジオ波パルス列の 180° 条件不足から生じる誤差の積算の困難を解決し CPMG 法を考案した。この方法を用いた実験では, 電磁石による磁場の安定性, 90° 条件, 180° 条件, 90° ラジオ波パルスと 180° ラジオ波パルスの間でのラジオ波の位相の正確な $\frac{1}{2}\pi$ だけのずれ, さらに位相敏感検波の信頼性が要求される。

a. <静磁場 H_0 の設定>

静磁場 H_0 を共鳴に合わせるには, 静止した水の自由誘導減衰を利用する。位相敏感検波の利点から, 90° ラジオ波パルスに続く自由誘

導減衰と参照用信号との「うなり」「beat」の周波数を0に近づける事で、静磁場 H_0 の設定を達成する。この方法での精度は、自由誘導減衰の持続時間で決まる。その時間は長い T_2 をもつ液体では電磁石の均一度によって決まり、使用した電磁石では均一度は 10^{-6} である。共鳴周波数 10MHz ($H_0 = 10130\text{e}$) の場合は持続時間は約 20ms である。

静磁場 H_0 を共鳴に合わせた後は磁場安定装置を動作させる。

b. < 90° 条件の設定 >

90° 条件の設定は diode 検波された自由誘導減衰の 90° ラジオ波パルス直後の振幅を最大にするように 90° ラジオ波パルスの幅を調節して行う。

c. < 参照用信号の位相の校正 >

10MHz 水晶発振器から発生した連続波信号は、連続可変な位相変換器 II を通り、位相敏

感検波の参照用信号となる。90°ラジオ波パルス直後の自由誘導減衰の位相敏感検波による信号強度を位相変換器のダイヤル目盛に對してとって第5-1図を示した。信号強度を最大にする目盛(R)で参照用信号と自由誘導減衰の位相が一致し、基線を横切る目盛(I)で位相は1/2だけずれる。測定においてスピノエコー信号強度の実部を求める時は、ダイヤル目盛をRに合せ、虚部を求める時はそれをIに合せる。

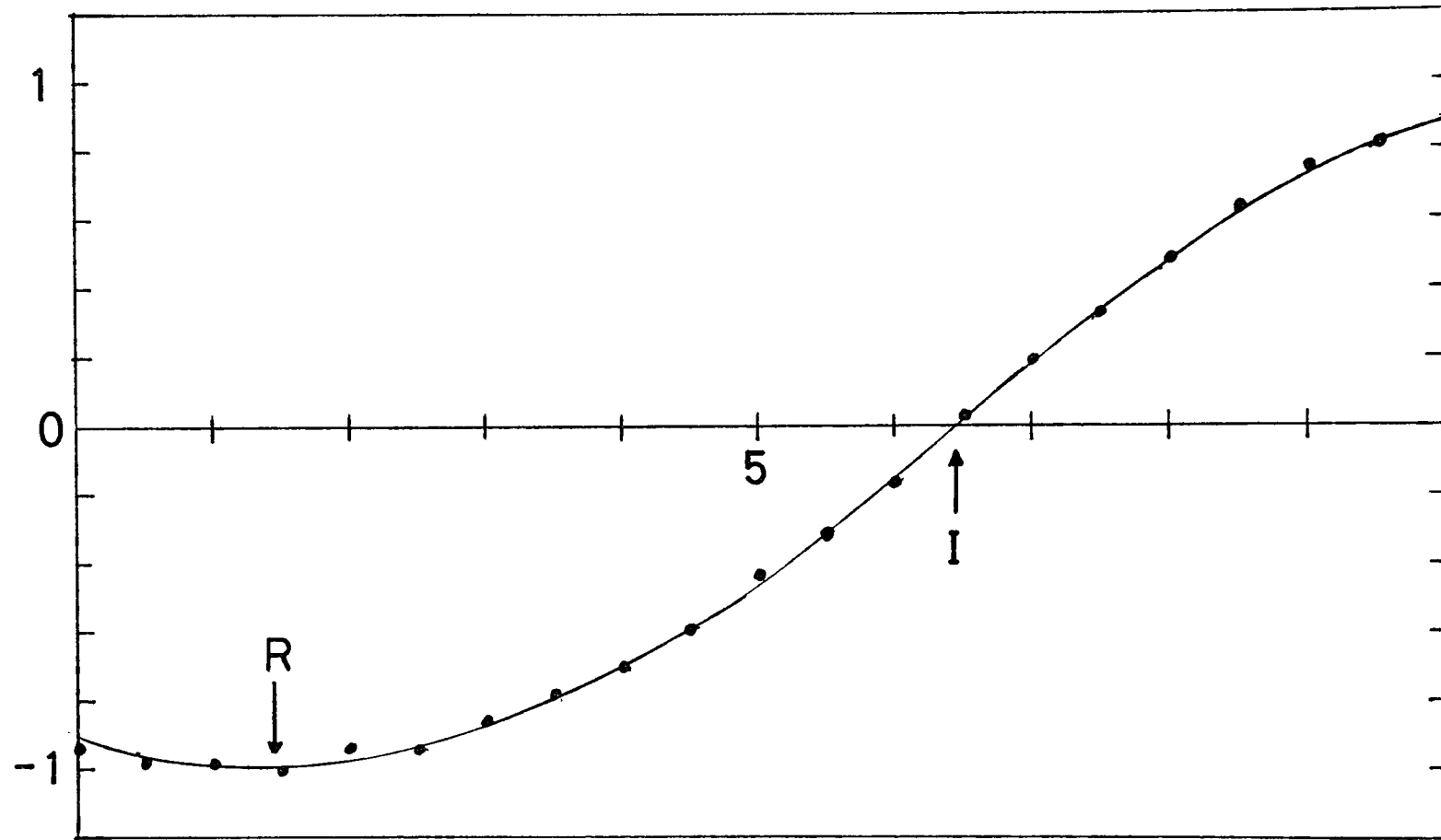
d. < 180°条件の設定 >

位相変換器のダイヤル目盛をRに合せる。磁場勾配をある程度かけスピノエコー信号のピークを見易くする。信号強度を最大にするように180°ラジオ波パルスの幅を選ぶ。

e. < 90°-180°ラジオ波パルスの位相差を $\pi/2$ に設定 >

CPMG 法の特色は180°ラジオ波パルスの位相を90°ラジオ波パルスの位相に對して $\pi/2$ だけず

自由誘導信号の強度と参照用信号の位相(位相変換器のダイヤル目盛)



実線は正弦関数をあらわす。

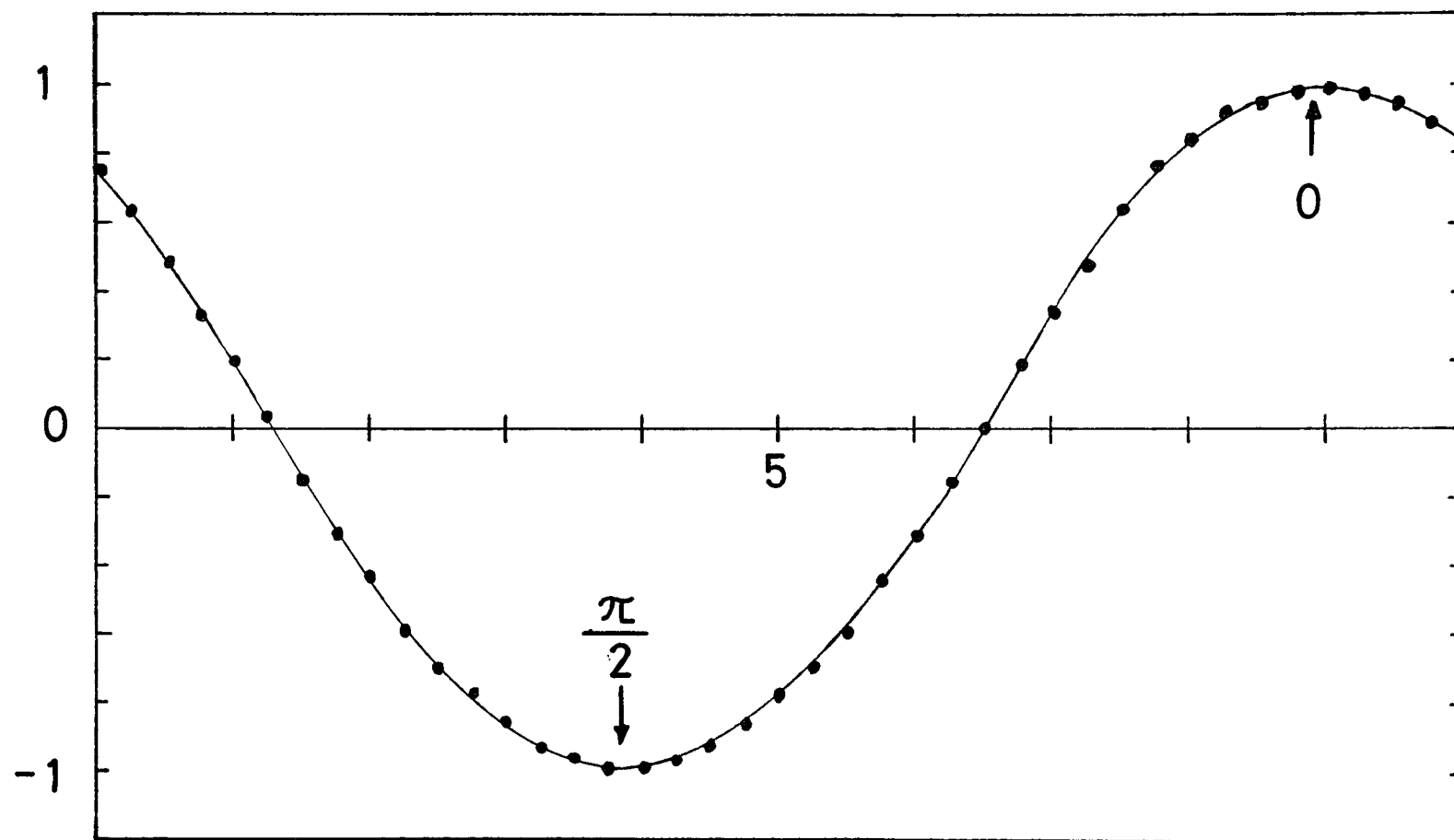
らすることにある。このことによって 180° 条件が不十分であっても、CP法では一連の 180° ラジオ波パルスによってその誤差が蓄積されるのに対して、CPMG法では誤差の蓄積を取除くことができ、特に偶数番目 ($4m\tau$) でのスピノエコー信号の位相は 90° ラジオ波パルス直後の自由誘導減衰の位相に一致する。

位相変換器 I のダイヤル目盛に対して、第 1 のスピノエコー信号強度をとって第 5-2 図を得た。スピノエコー信号強度の最大値で希望の条件が達成される。

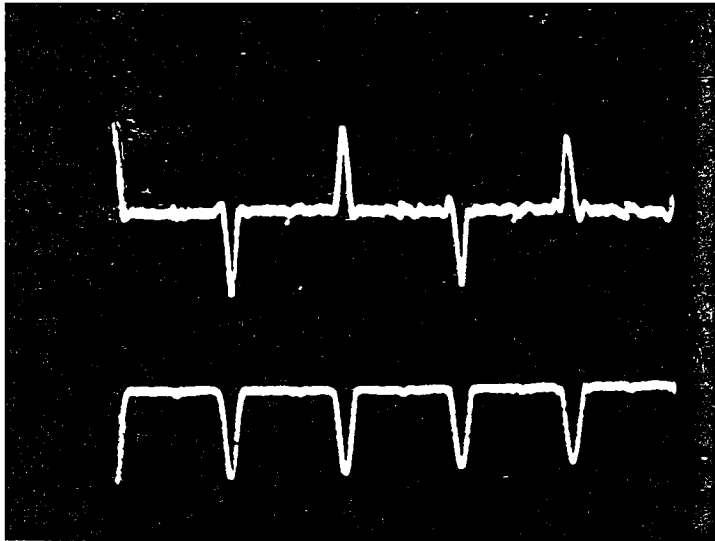
b. から c. までの調整を 2 度以上繰り返して、CPMG 条件の達成を正確にする。

写真 1 は、参照用信号の位相を、a. では位相変換器 II のダイヤル目盛 10 に合わせて得た位相敏感検波による NMR 信号であり、b. では、ダイヤル目盛を R の位置に合わせて得たものである。

第1番目のスピンエコー信号強度と、2ndパルスの位相(位相変換器のダイヤル目盛)



第5-2図



a.

b.

写真 1

Ⅱ 磁場勾配の測定

二種の磁場勾配発生用コイルによって発生される磁場勾配の測定法と測定結果を述べる。

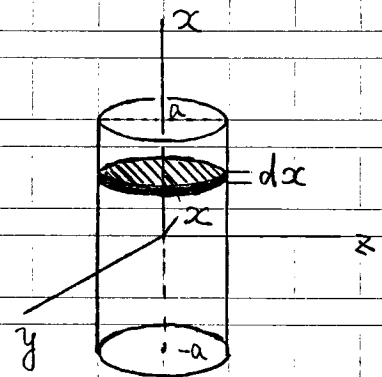
35)

(1) スピノエコー信号の形から求める方法

(i) $\mathbf{G} = (G, 0, 0)$ の場合

x 軸に円筒管の軸を一致させて, $\mathbf{G} = (G, 0, 0)$ の磁場勾配が加えられているときの自由誘導減衰の形を調べる。

円筒管内の水は静止していて, 受信コイルは長さ $2a$ にわたって巻かれているとする。第5-3図。厚さ dx の部分による



スピノエコー信号への寄与は,

第5-3図

時刻の原点を第1のスピノエ

コー信号ピークが現われる時刻にとって

$$ds(t) \propto \exp(i\gamma G t x) dx \quad (5-1)$$

で与えられ, 積分を $-a$ から a まで行ない

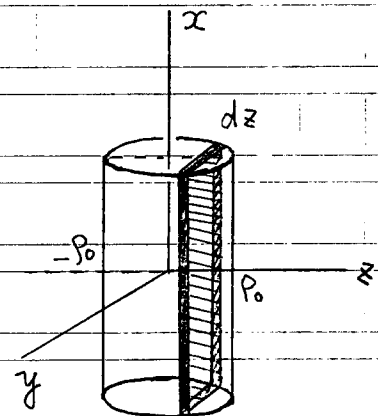
$$S(t) \propto \frac{\sin \gamma G a t}{\gamma G t} \quad (5.2)$$

で与えられる。 $\gamma G a t_0 = \pi$ で $S(t_0) = 0$ であるから
スピノエコー信号が基線を横切る時刻を讀んで、
磁場勾配の大きさを測定する。第5-5図
は Boxcar 積分器を用いて X-Y 記録器に書かせ
たスピノエコー信号である。

(ii) $\langle G = (0, 0, G) \rangle$ の場合

得られるスピノエコー
信号は (第5-4図より)

$$S(t) \propto [2J_1(y)/y] \quad (5.3)$$



第5-4図

であり、 $J_1(y)$ は第一種ベッセル関数で、 $y = \gamma G \rho_0 t$ である。 $J_1(y_0) = 0$ で、
 $S(t_0) = 0$ である。このとき $y_0 \approx 3.831$ 。円筒管の
半径 ρ_0 を用い、スピノエコー信号が基線を横
切る時刻 t_0 を讀んで磁場勾配を測定する。

(2) ポワゼイユ流でのスピネコ-信号強度
の磁場勾配変化から求める方法

この方法は $G=(G,0,0)$ の場合の適用できる。

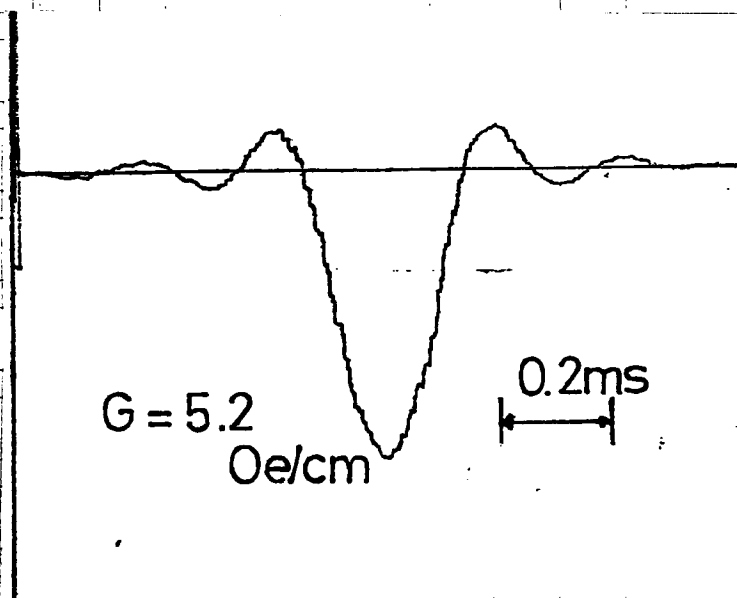
(3.7) 式, (3.9) 式より, 平均流速を V とするとき
第一番目のスピネコ-信号強度 (実数部) は

$$S_R(2\tau) \propto \frac{\sin(2\gamma G \tau^2 V)}{2\gamma G \tau^2 V} \quad (5-3)$$

で与えられる。 $S_R(2\tau)=0$ を与える磁場勾配 G_0 は

$$G_0 = \frac{\pi}{2\gamma \tau^2 V} \quad (5-4)$$

である。平均流速 V を測定し G_0 を得る。



第 5-5 図

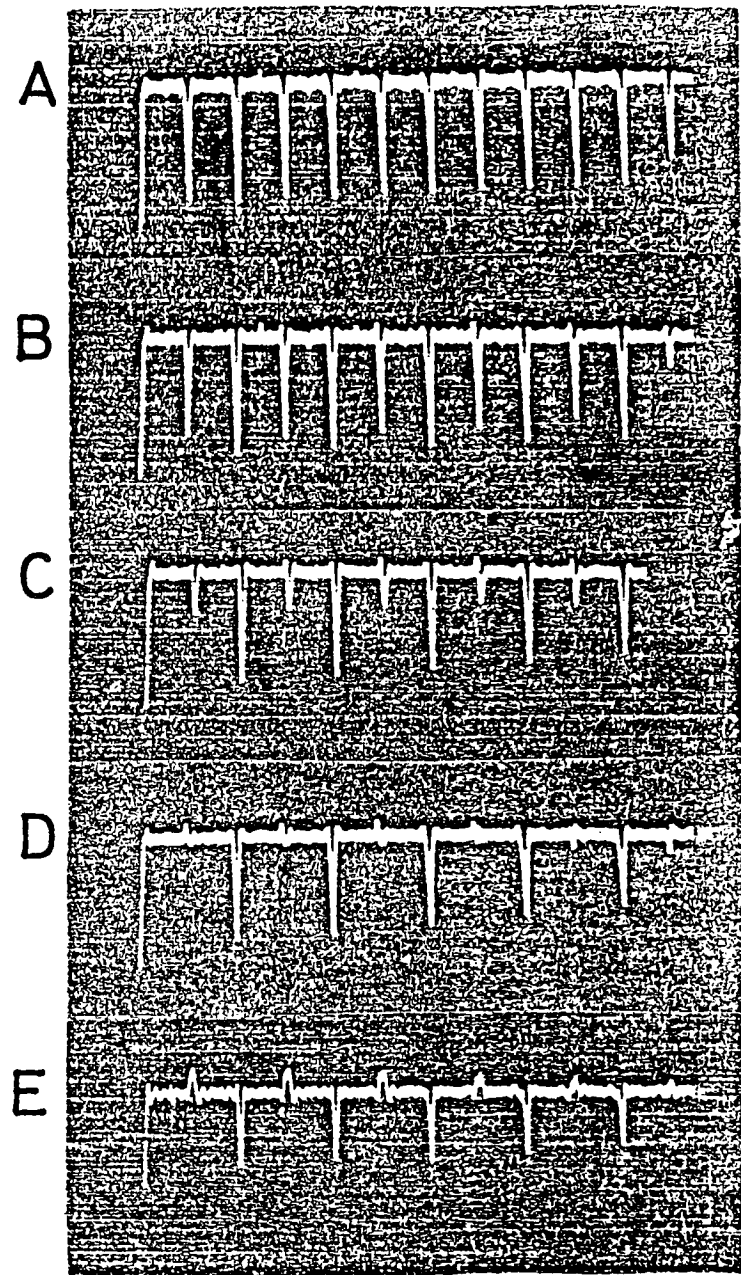
第六章 実験の結果

水を用いた円筒管内の三種類の流れについて実験を行った。I. ポワゼイユ流, II. 格子の後の流れ ($R < R_c$), III. 乱流 ($R > R_c$) の三種類である。ほとんどの測定は 90° と 180° ラジオ波パルス
の時間間隔 τ をパラメタとして, スピンエコー
信号強度の磁場勾配変化である。

I ポワゼイユ流

レイノルズ数が 2300 以下で, 円筒管の入口から十分に下流 (140cm) におけるポワゼイユ流での実験結果を示す。写真 2 はオシロスコー
プ上に現われた自由誘導減衰とスピンエコー
信号の実数部である。 $\tau = 8.0 \text{ ms}$, $G = 1.30 \text{ e/cm}$. 平均流速については $A: 0.3 \text{ cm/s}$, $B: 0.6 \text{ cm/s}$, $C: 1.1 \text{ cm/s}$,
 $D: 1.4 \text{ cm/s}$, $E: 2.1 \text{ cm/s}$ である。鋭いラジオ波パルスは見えない。

Carr と Purcell が指摘したように時刻 $4n\tau$ でのス
ピンエコー信号強度に層流では流れの効果は

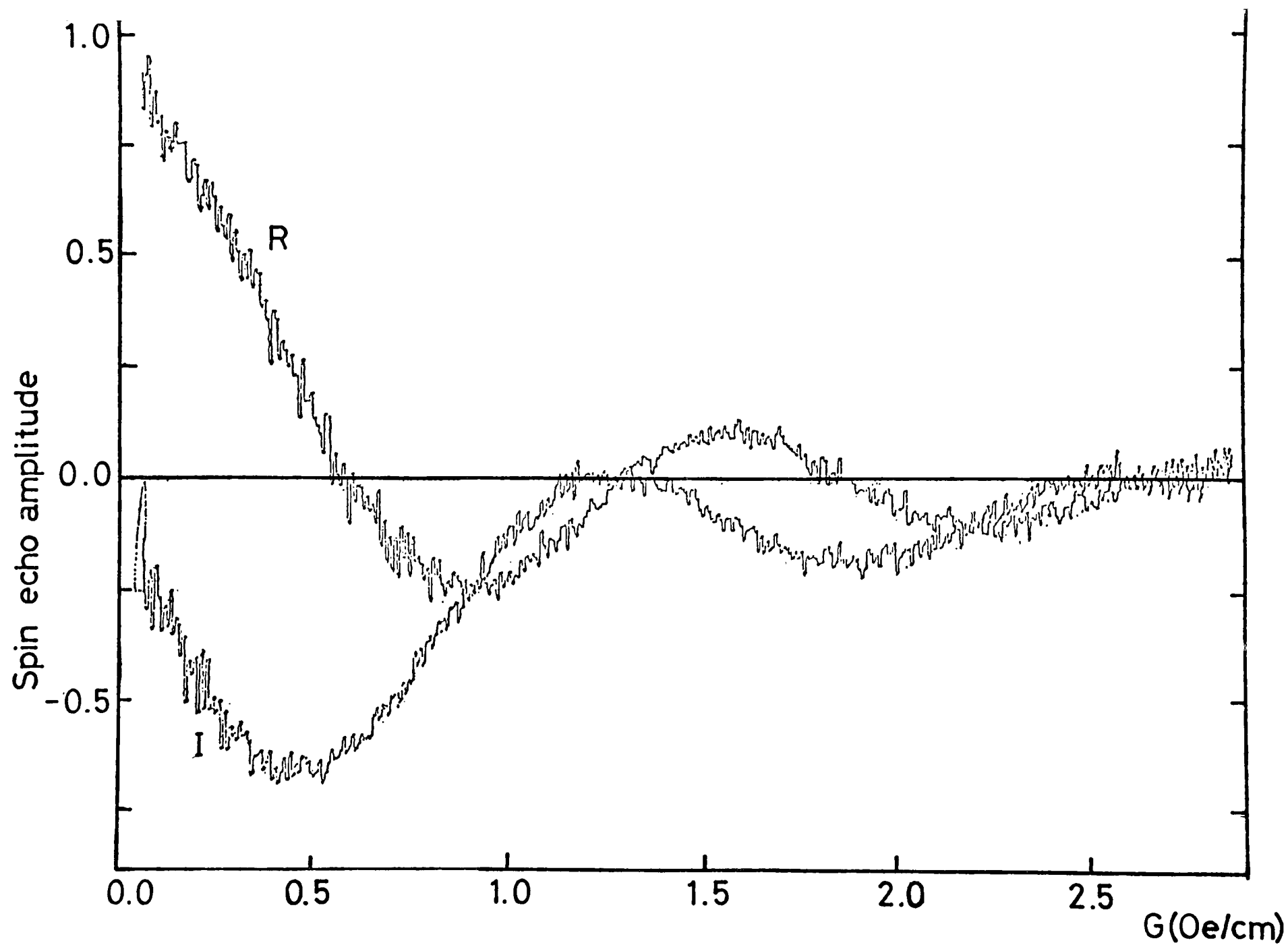


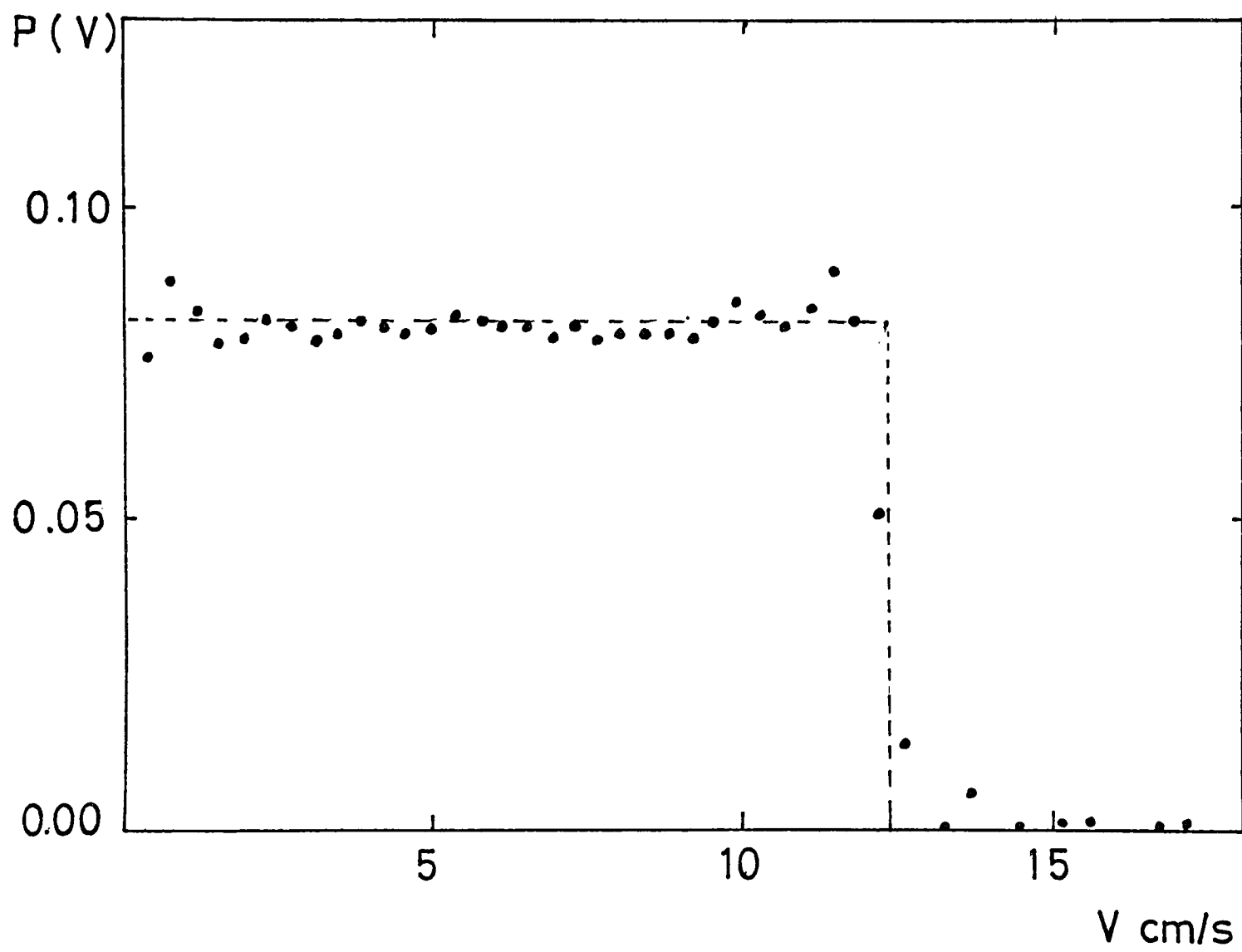
現われない。

第6-1図に第1番目のスピニエコー信号強度の磁場勾配変化の一例を示した。 $V = 6.5 \text{ cm/s}$
 $R = 650$, $\tau = 4 \text{ ms}$ である。この図は第3-1図と比較されるべきものであり、(3.9)式、(3.10)式で与えられる関数とよく一致している。この一致は磁場勾配が試料に期待どおりにかかっていることその他、種々の測定のための条件が満足されていることを示している。

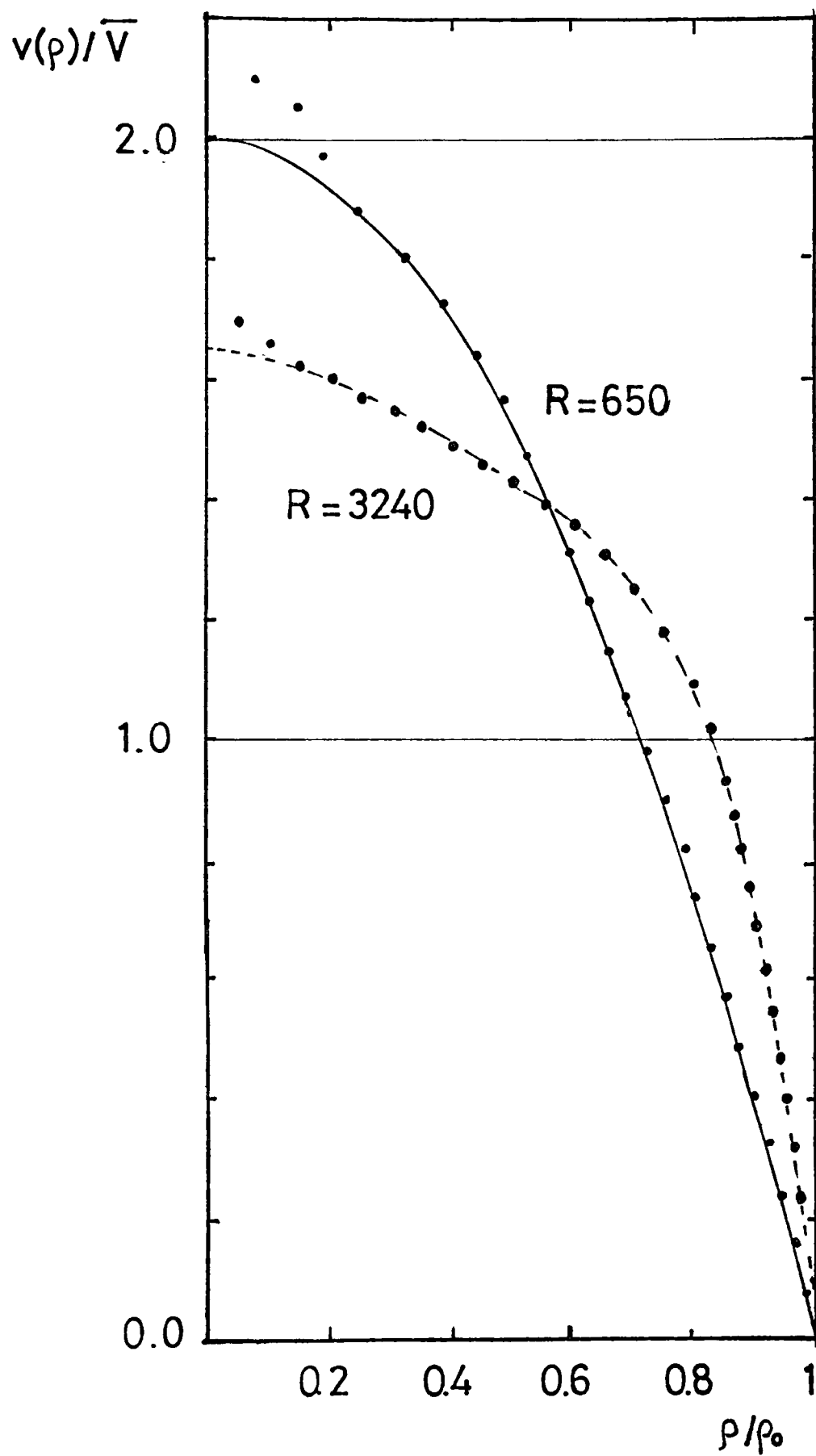
(2.15)式に従って数値フーリエ変換を行い、ポワゼイユ流の速度分布を得た。その結果は第6-2図に示す。これは(3.8)式に一致している。又(2.18)式を用いて求めた速度の空間分布を第6-3図に示す。同図には $R = 3240$ に対する乱流での速度分布も併せてのせた。実線はポワゼイユ流の空間分布(3.6)式を表わす。

回転座標系内で、第1のスピニエコー信号のピークが現われる時刻における磁化の大きさと方向を第6-4図に示した。同図は第6-1図をもとにして作成した。実線は(3.13)式と(3.14)式

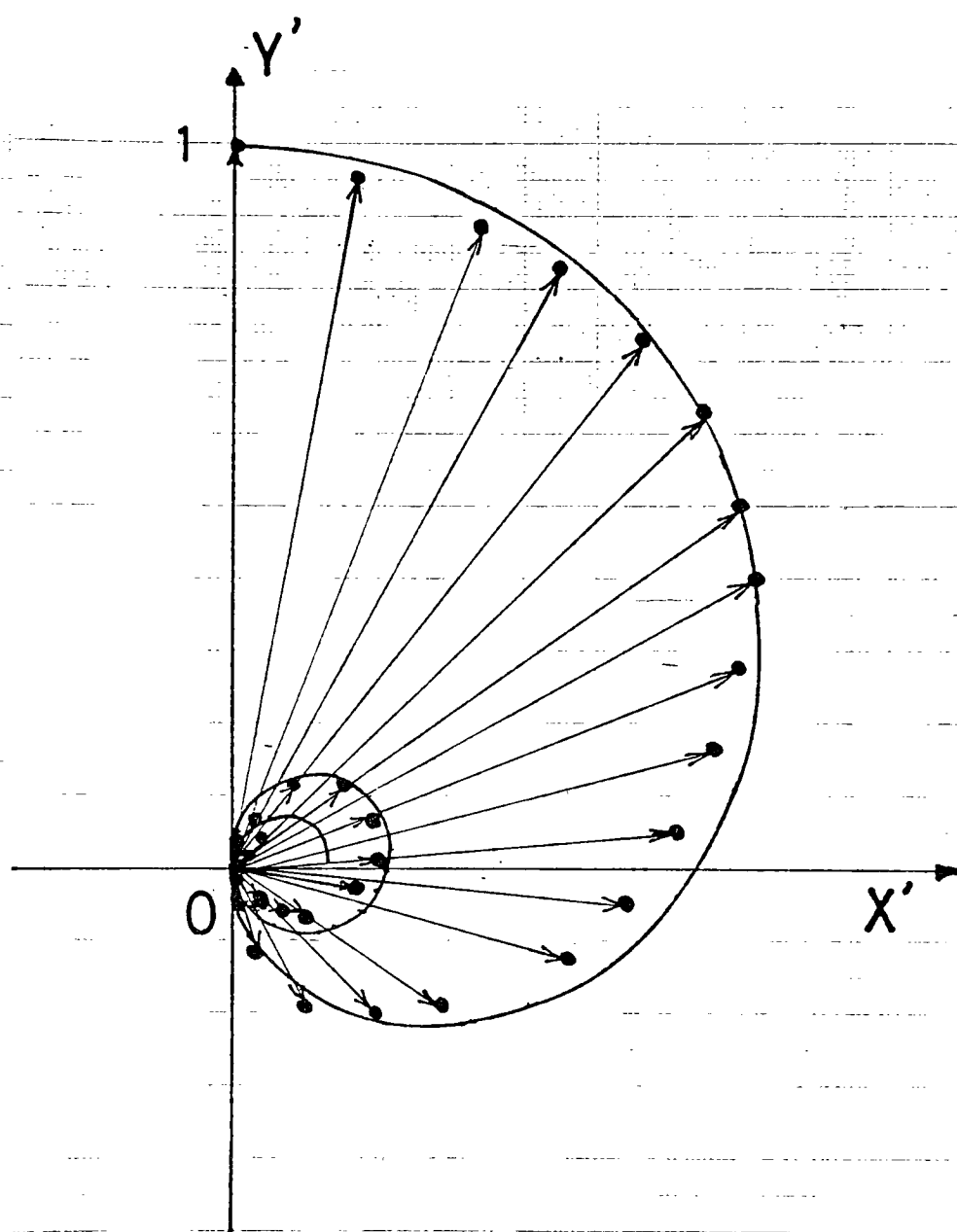




第6-2図



第6-3 図



第6-4图

を表わす。これは第 3-2 図と比較されるべき
ものである。

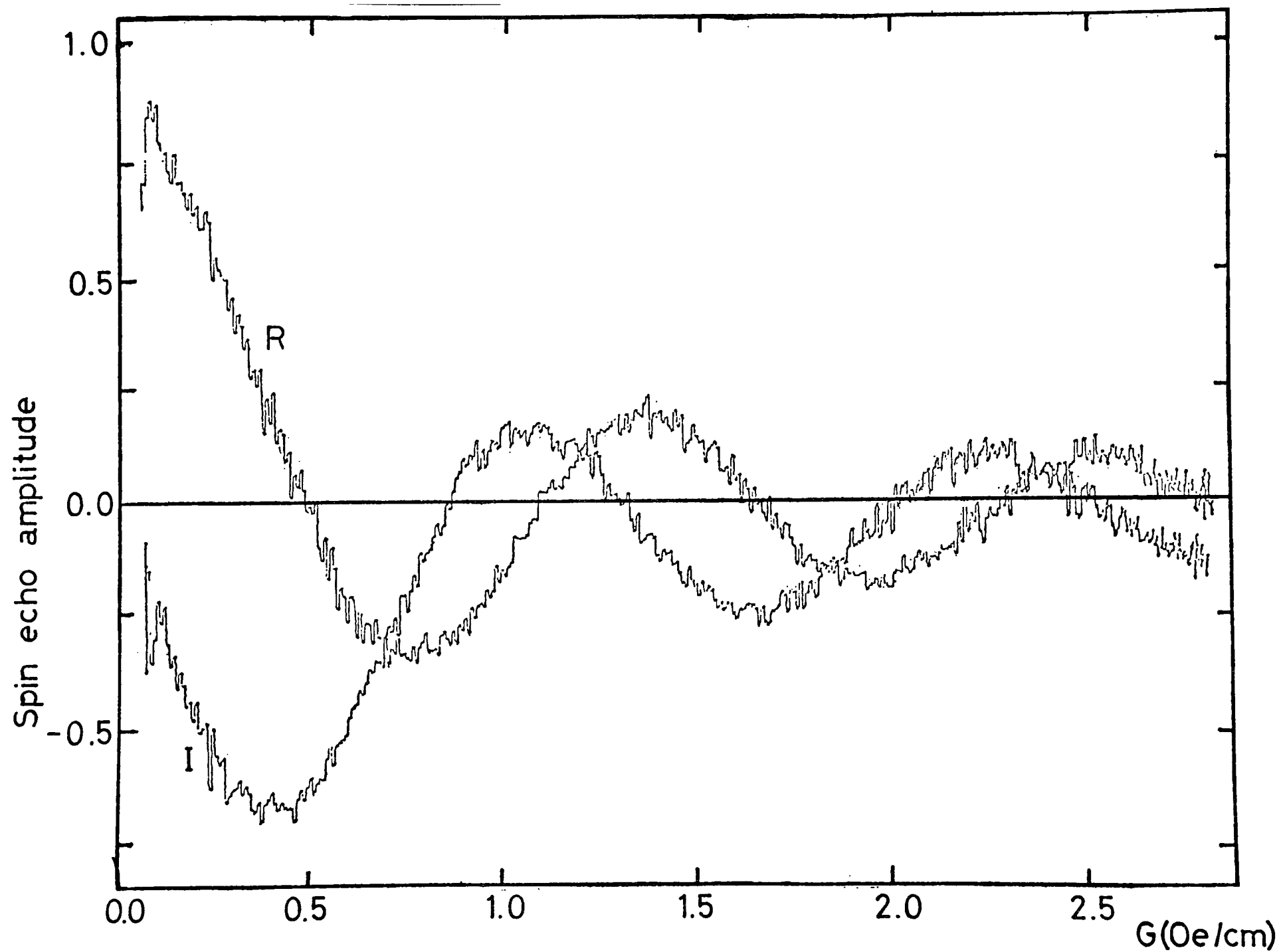
Ⅱ 格子の後の流れ

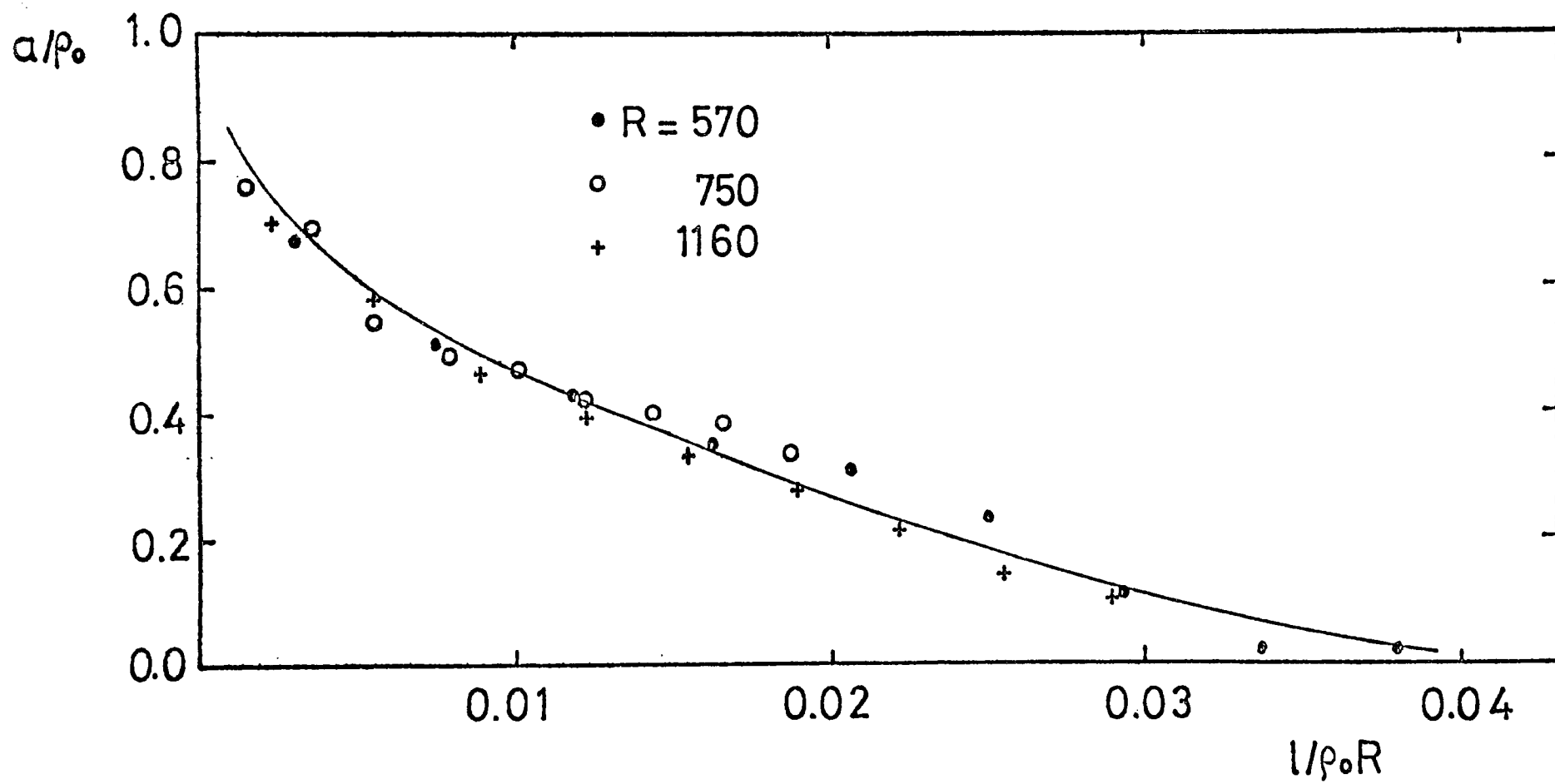
レイノルズ数が 2300 以下で、格子の後の流れを観測した。格子としては、銅の網 (16×ッシュ) を使用した。格子から 5cm おきに 45cm までをレイノルズ数 570, 700, 750 と 1160 で、観測を行った。

第 6-5 図に第 1 番目のスピネコー信号強度の磁場勾配変化の一例を示した。 $\bar{V} = 7.0 \text{ cm}$, $R = 700$, $\tau = 4.0 \text{ ms}$. 格子からの距離 $l = 18.5 \text{ cm}$ の場合である。ここに得られた結果は、層流の助走流で期待される信号の磁場勾配変化 (第 3-5 図) と似たものになっている。

この格子の後の流れでは、格子のすぐ後を除いては、円筒管の軸の近くでは一様流、壁の近くではポワゼイユ流の形と近似する。

第三章 I (3) で行った、層流の助走流における一様流コア半径 $\varepsilon = a/\rho_0$ を求める方法を使い格子の後の流れを調べた。その結果を第 6-6 図に示す。同図で横軸は $l/\rho_0 R$ (無次元の量) で





第6-6图

ある。実験式として

$$\xi(l) = \frac{a}{p_0} = 1 - 5.3 \left(\frac{l}{p_0 R} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6.1)$$

を得た。この結果は層流の助走流と定性的に一致している。^{23) 24)}

格子の後の流れを(3-15)式と(3-16)式で近似する事は幾分荒、ほさかある事を認めねばならない。特に、格子での流れを、円筒管の軸に垂直な速度成分の測定や、第二番目のスピニエコー信号を観測する事で明らかにしてゆくという事が今後必要である。又臨界レイノルズ数より大きい領域の実験を今後の課題とする。

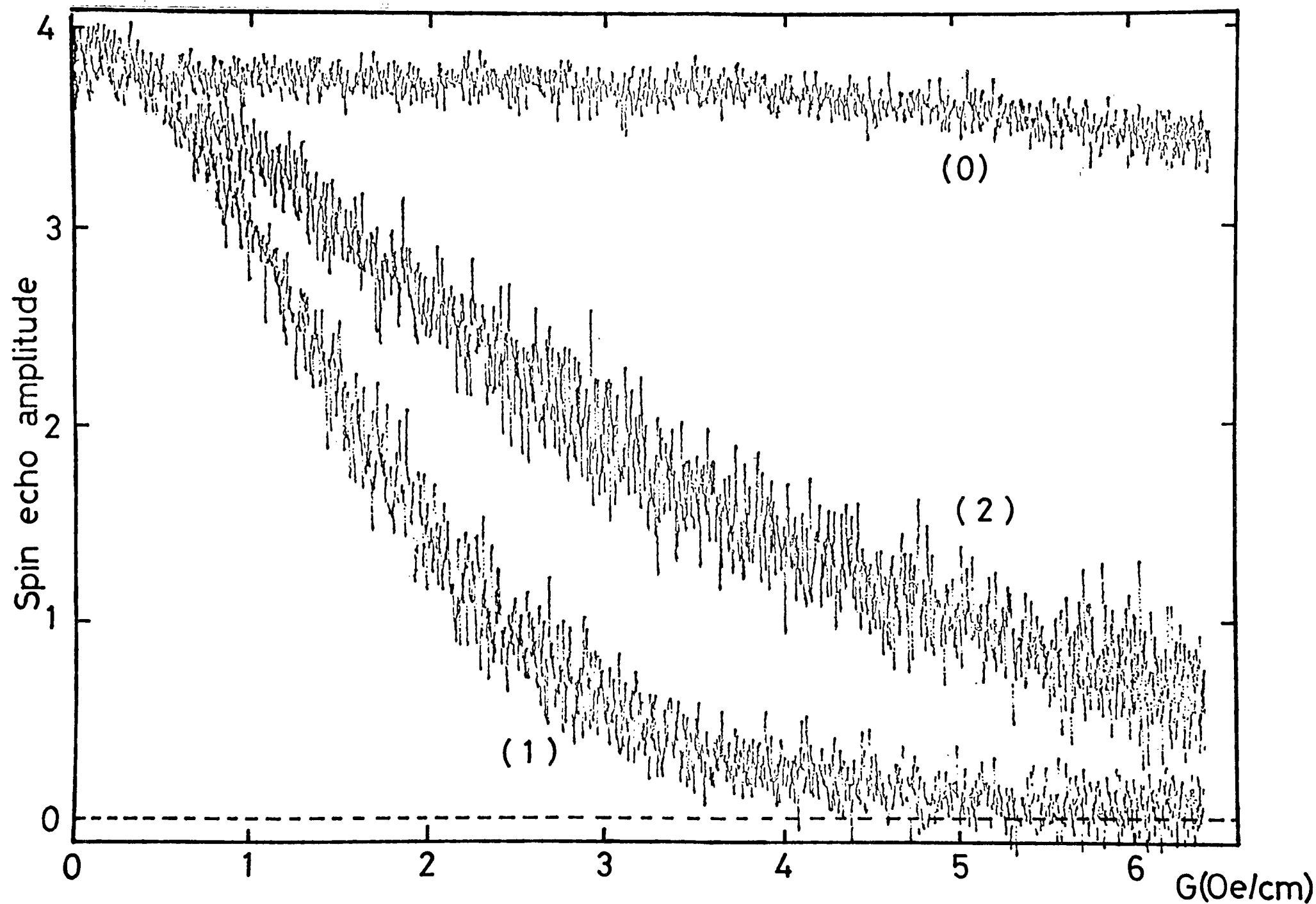
Ⅲ 乱 流

この節では、乱流領域（レイノルズ数 2300 ～ 6000）での実験結果をもとに、第二章、第三章の議論が適用できるかどうかを検討する。観測は円筒管の軸に垂直と、軸方向の速度成分に関する第 1, 第 2 番目のスピネコー信号強度についてである。

軸方向の速度成分に関する第 2 番目のスピネコー信号のピーク出現の時刻に遅れを観測した。この現象の説明は現在までできていない。この現象をスピネコーのシフトと名付けてその結果のみを次節に述べる。

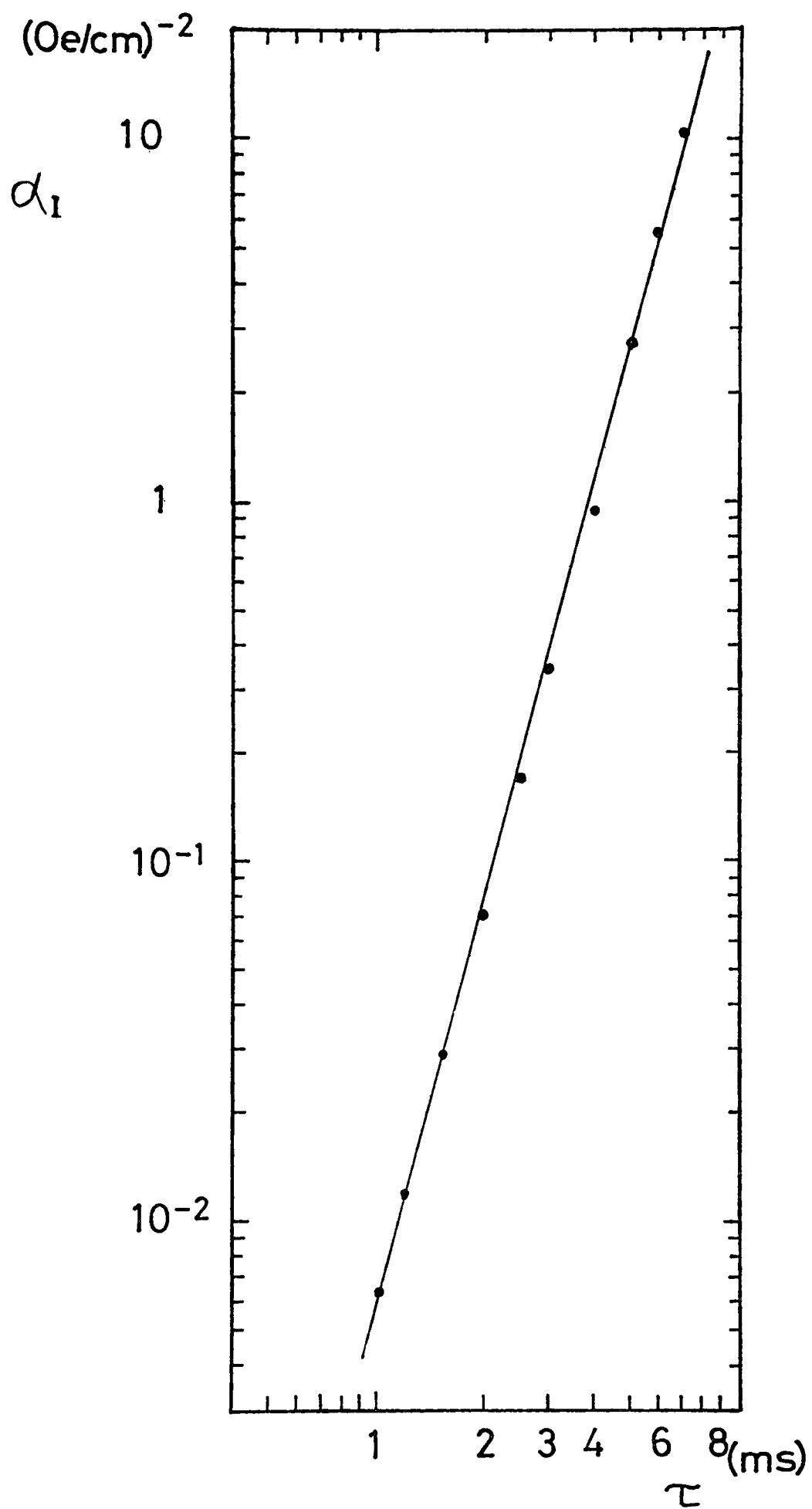
(1) 円筒管の軸に垂直な速度成分

磁場勾配ベクトルを $G = (0, 0, G)$ とする目的で磁場勾配発生用コイル (ii) を用いた。円筒管の軸に垂直な速度成分による第 1, 第 2 番目のスピネコー信号の虚数部を観測した結果、それらは現われなかった。この結果は第 1 表

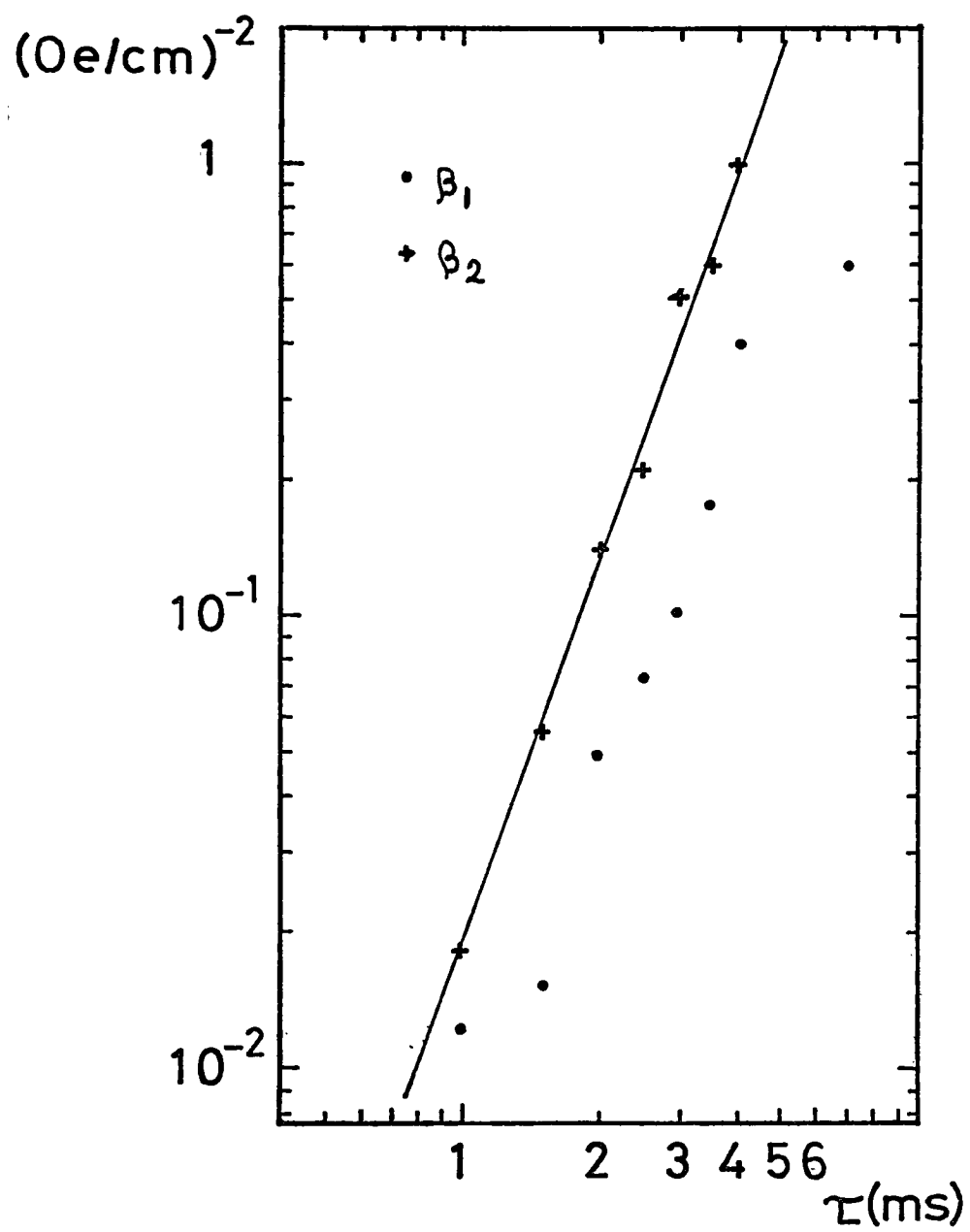


d) の虚数部に一致している。又この結果は、(2.43) 式から、円筒管の軸に垂直な速度成分が、速度 0 のまわりに等しく分布していることを示している。

第 6-7 図にスピノエコー信号強度（実数部）の磁場勾配変化の一例を示した。図中の (1) は第 1 番目、(2) は第 2 番目のスピノエコー信号であり、流速は 38.4 cm/s 、対応するレイノルズ数は 3840 である。又図中で (0) は、流速 0 の場合の第 2 番目のスピノエコー信号を比較のため示した。流速 0 の場合のスピノエコー信号の減衰は主として自己拡散によるもので、他の 2 つの信号の減衰に比較して無視し得ることがわかる。第 6-7 図から乱流領域では、第 1 番目と第 2 番目のスピノエコー信号の磁場勾配の依存の仕方が異なることがわかる。第 1 番目に対しては $\exp(-\alpha_1 G^2 - \beta_1 G)$ で、第 2 番目に対しては $\exp(-\beta_2 G)$ なる形できとめられた。 α_1 , β_1 , β_2 の τ 依存性の実験の結果を第 6-8 図と第 6-9 図に示す。第 6-8 図で実



第6-8図



第6-9图

線は τ^4 を示し, 第 6-9 図 で実線は τ^3 を示してある。これらのデータから

$$M(2\tau) = M_0 \exp\{-\alpha'_1 G^2 \tau^4 - \beta'_1 G \tau^3\} \quad (6-2)$$

$$M(4\tau) = M_0 \exp\{-\beta'_2 G \tau^3\} \quad (6-3)$$

とまとめることができる。この結果は, 第二章と第三章で述べた, スピンエコー信号に対する修正した確率論を用いて説明することができる。速度分布を正規分布とし, そのひろがりをも $\sqrt{\langle u^2 \rangle}$ とし, 速度空間での速度の拡散をローレンツ型拡散とすれば, (3.41), (3.54), (3.55) の各式を使って

$$M(2\tau) = M_0 \exp\{-\gamma^2 G^2 \tau^4 \langle u^2 \rangle - \gamma G \tau^3 m\} \quad (6-4)$$

$$M(4\tau) = M_0 \exp\{-2\gamma G \tau^3 m\} \quad (6-5)$$

で第 1 番目と第 2 番目のスピンエコー信号強度が表わされる。ただし, 観測の時間 4τ の間で, 速度空間における速度の拡散が, 速度

分布のひろがりよりも十分小さく（この条件は $\sqrt{\langle u^2 \rangle} \gg 4m\tau$ で与えられる）なければならない。 (6-4)式と (6-5)式は実験の結果として得られた (6-2)式と (6-3)式とは、それぞれ、 G 、 τ 共に同じ依存性をもっている。さらに、(6-4)式と (6-5)式から、 $\beta_2'/\beta_1' = 2$ が期待されるが、第 6-9 図からその値は 2~3 であることがわかる。

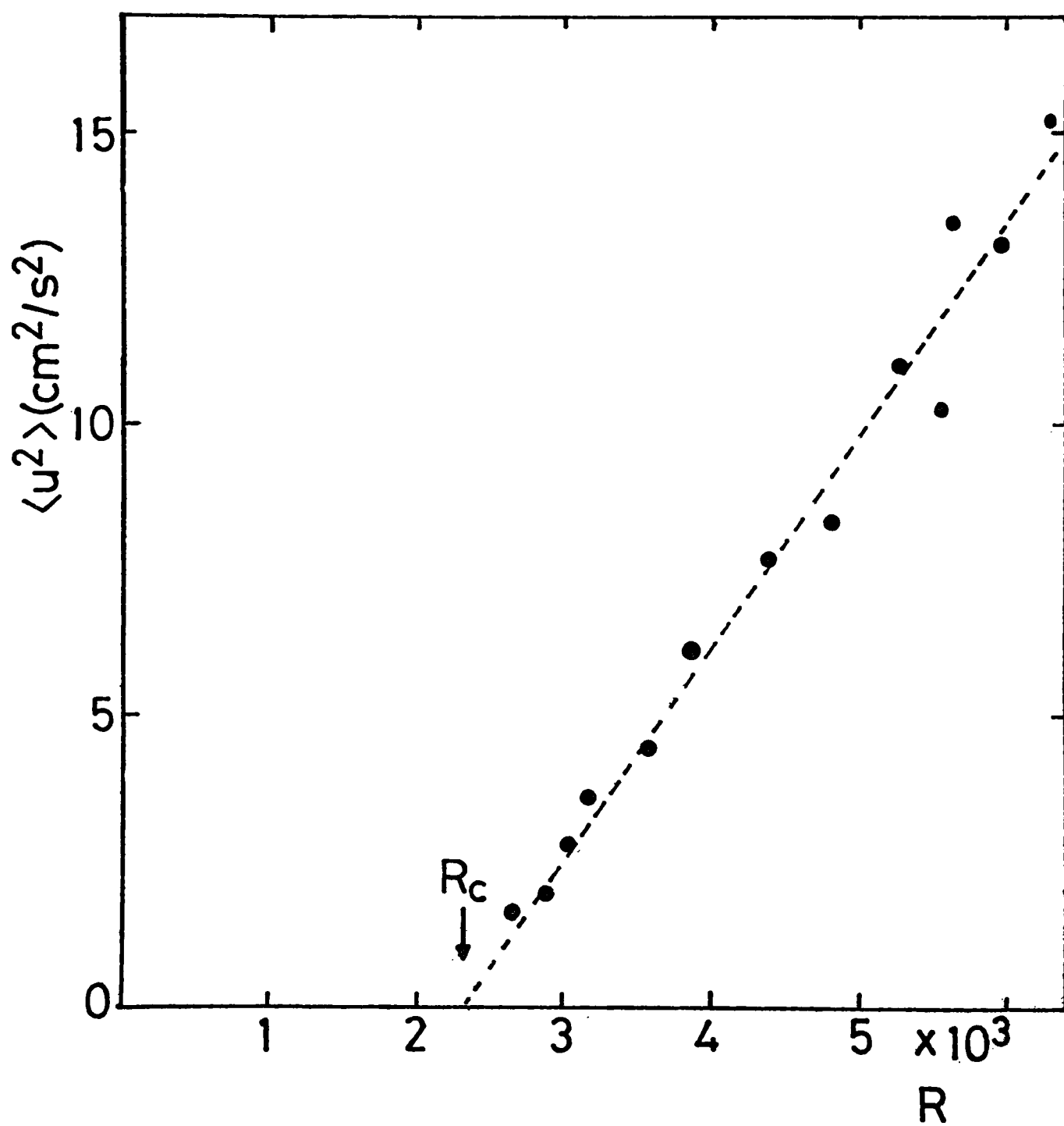
以上の考察から α_1 は速度分布のひろがり $\langle u^2 \rangle$ を与えるものとして、説明され、 β_1' 、 β_2' はローレン型拡散係数 m を与えると見なしてもよい。いろいろなレイノルズ数に対して行った実験から第 6-10 図と第 6-11 図の結果を得た。これらの量の実験式として

$$\langle u^2 \rangle = 3.8 \times 10^{-3} (R-2200) \quad (\text{cm/s})^{-2} \quad (6-6)$$

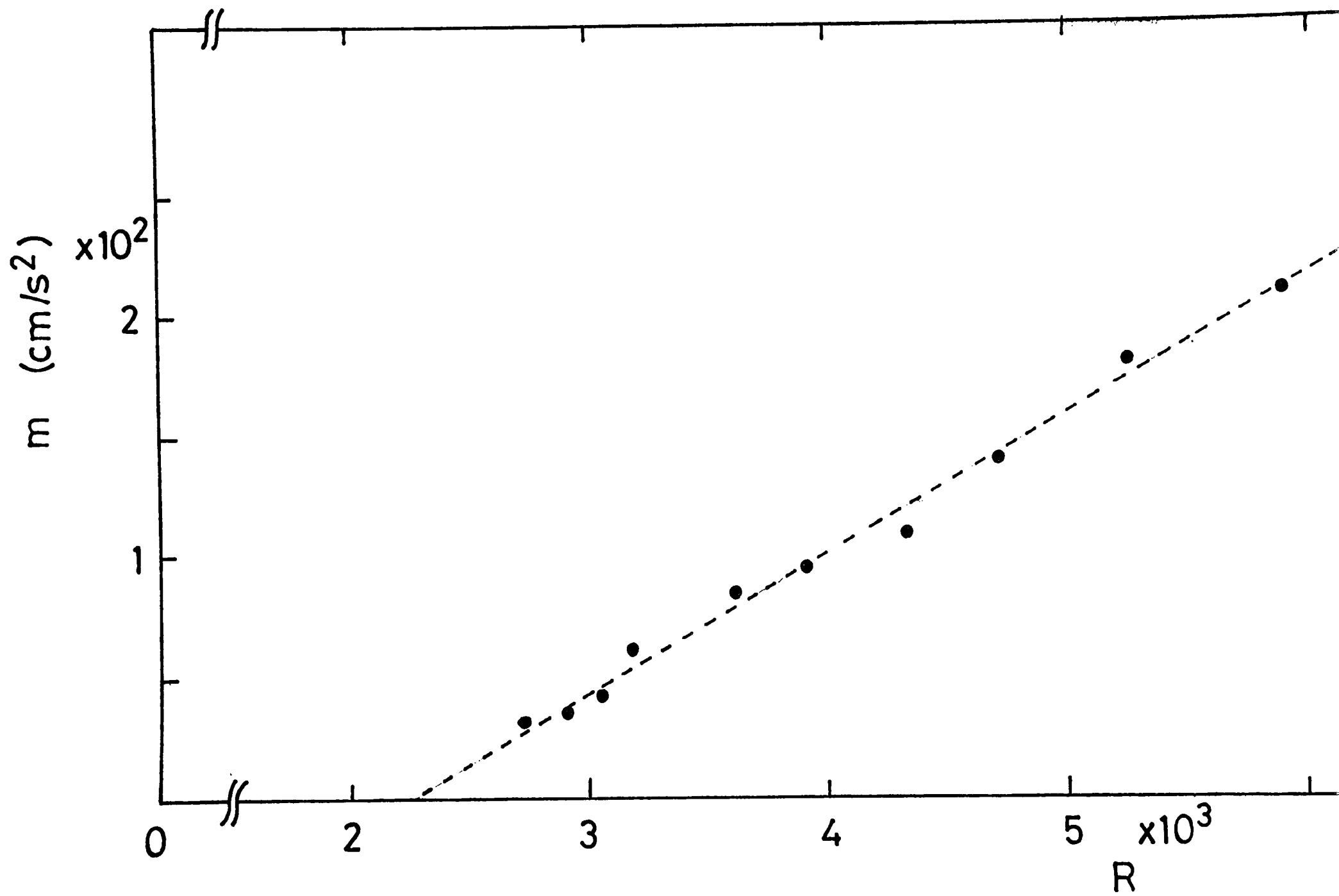
$$m = 5.8 \times 10^{-2} (R-2270) \quad (\text{cm/s}^2) \quad (6-7)$$

36)

を得た。 $\langle u^2 \rangle$ が $(R-R_c)$ に比例する事は Landau によって指摘されていたものである。



第6-10图



11)

ここで de Gennes が示した乱流でのスピンエコー信号強度の計算結果は、奇数番目では、

$$A((4n-2)\tau) \propto \exp\left\{-\frac{1}{2}r^2G^2(\langle u^2 \rangle \tau^4 - \delta(2n+1)\tau^5)\right\} \quad (6.8)$$

偶数番目では

$$A(4n\tau) \propto \exp\left\{-\frac{1}{2}r^2G^2\delta'n\tau^5\right\} \quad (6.9)$$

である。ここで δ , δ' は乱流のエネルギーに関係する量である。又 (6.8) 式, (6.9) 式は、平均流が 0 である場合の結果である。de Gennes による計算は、ここで述べた実験の結果と一致しない。その理由の一つとして、(6.8) 式, (6.9) 式は、実験で行ったレイノルズ数より大きいレイノルズ数の領域 ($R \sim 10^6$) で成立することにある。従って、実験では水を用いたかより動粘性係数の小さい試料を用いて、de Gennes の計算結果を確認する必要がある。

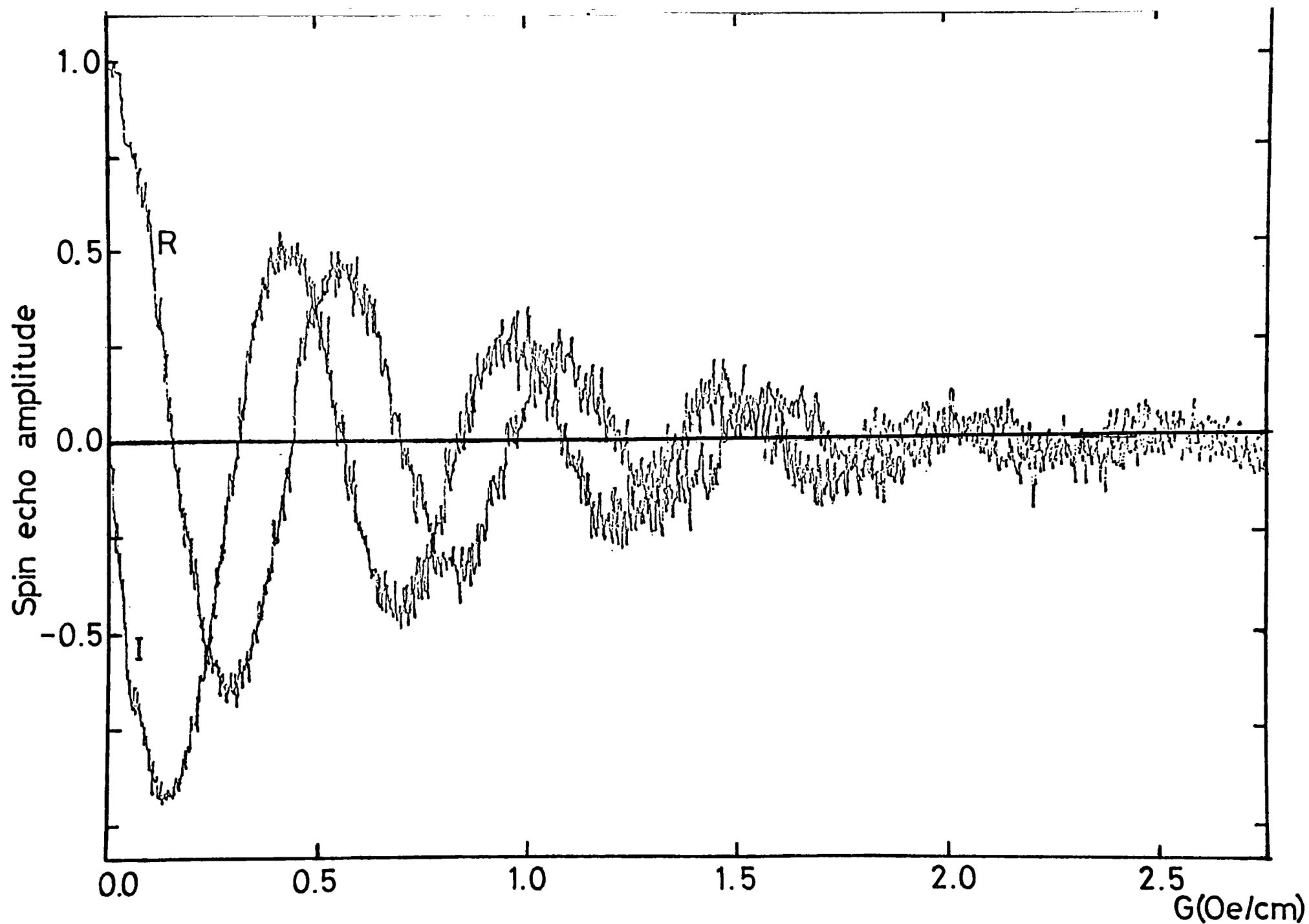
(2) 円筒管の軸方向の速度成分

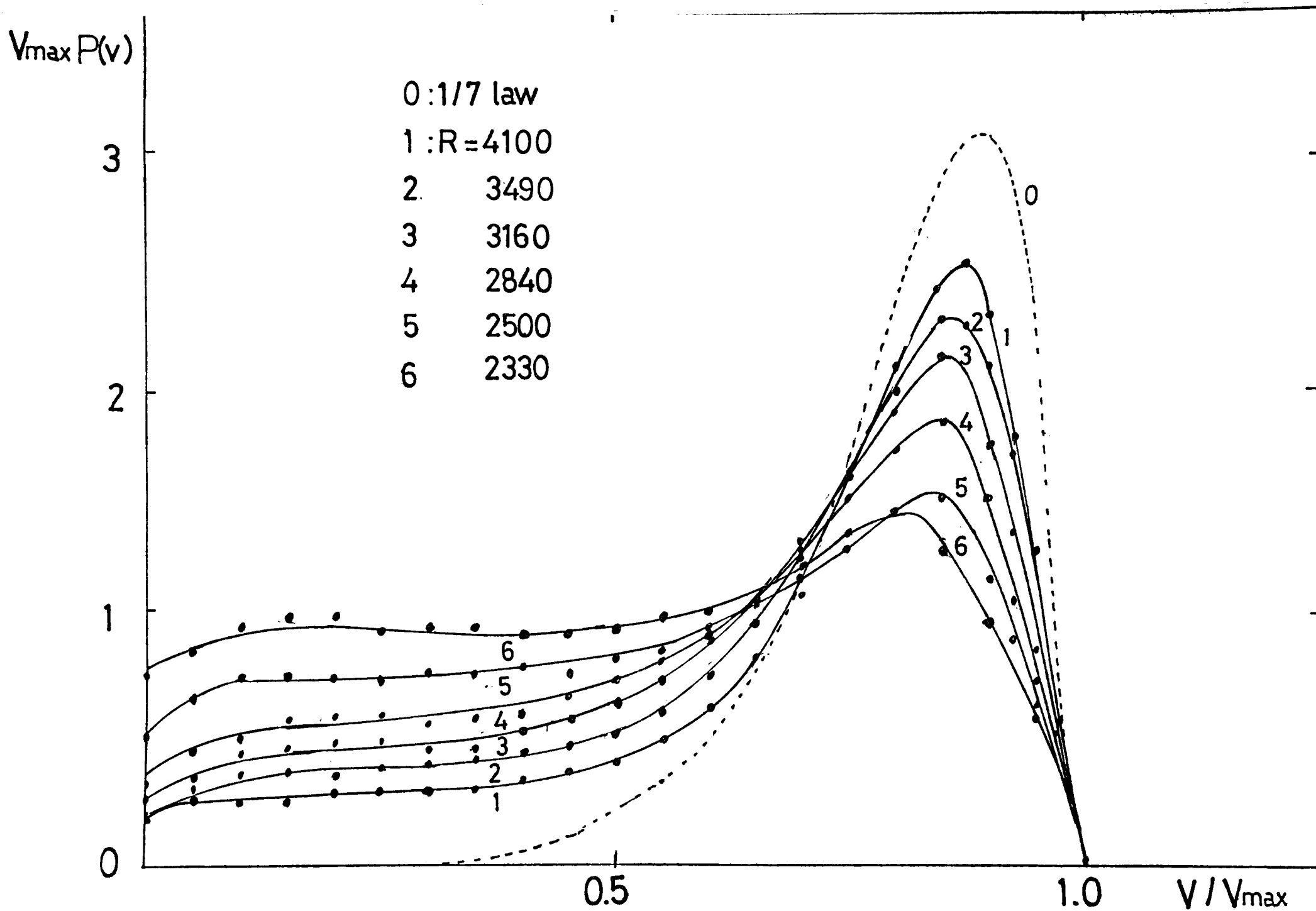
磁場勾配を $G=(G,0,0)$ として, 円筒管の軸方向の速度成分を観測する場合では, 第1のスピンエコー信号の実数部と虚数部共に現われ, 第2のそれには, 実数部のみが現われる。

第1のスピンエコー信号強度の磁場勾配変化の一例を第6-12図に示した。この結果は, 第3-7図に比較されるべきものである。

第6-12図に得られているスピンエコー信号の強度の中には, 第三章Ⅱ(1)で考察したように, 速度分布のみならず速度空間での速度の拡散の効果も寄与しているが, ここではその寄与を小さいとして無視し, (2.43)式で信号は, 積分の項だけとして, 数値フーリエ変換を行って第6-13図の速度分布を得た。同図は第3-6図に比較されるべきものである。レイノルズ数は2330から4100までの結果で, 破線は $1/\lambda$ 乗則を表わす。レイノルズ数の増大とともに $1/\lambda$ 乗則に近づくと思われる。

結果のうちの一例 ($R=3240$) について, (2.18)





式を用いて速度の空間分布を求めて第6-3図に、ポワゼイユ流の場合と比較させた。

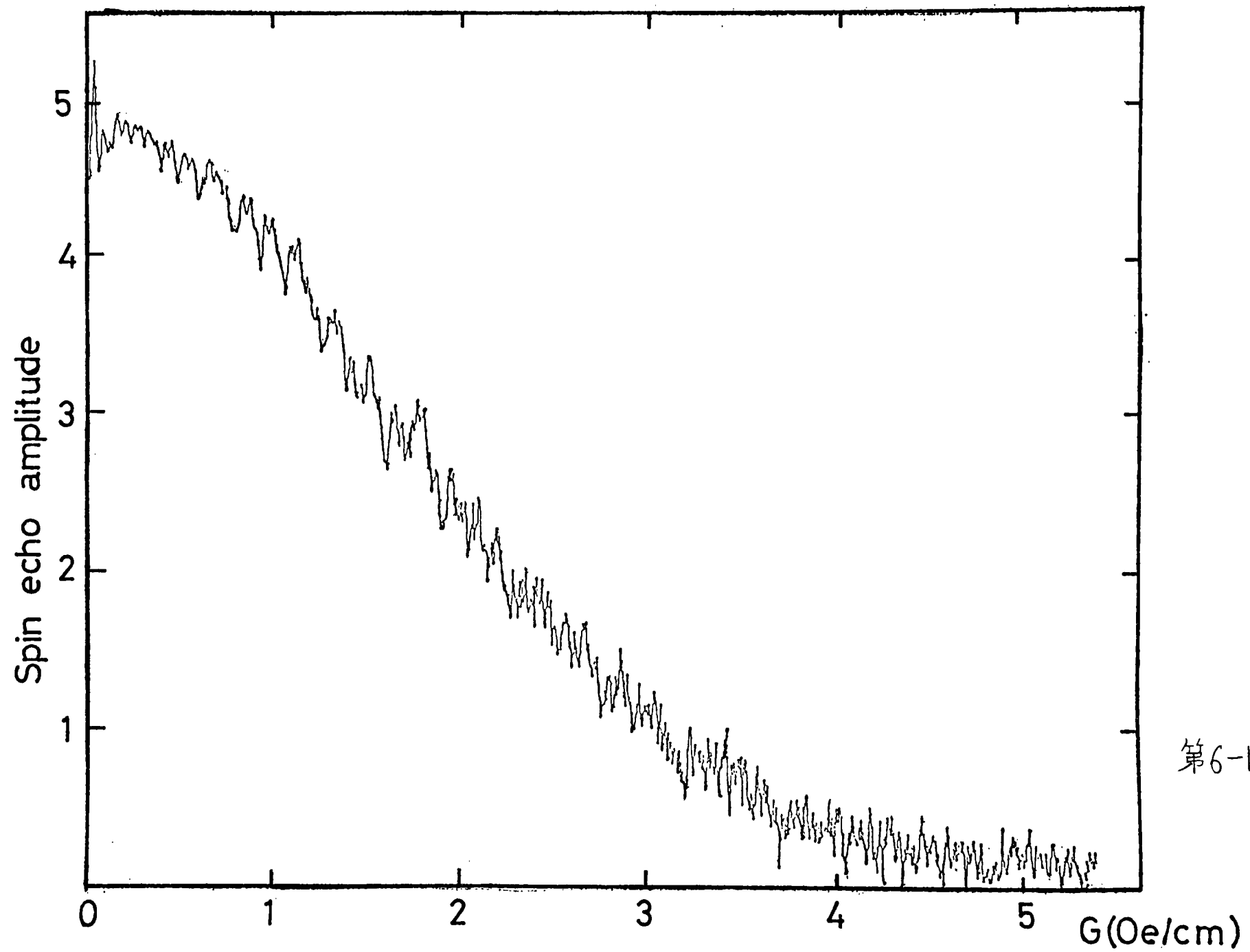
第三章 II (2)での考察では、第2のスピンエコー信号強度に軸方向の速度成分の速度空間での速度の拡散の効果が含まれる。

実際の第2のスピンエコー信号の観測で、予期せぬ、その信号のピークが現われる時刻に遅れが生じた。そしてその原因を現在までに解明していない。遅れは R と τ に依存する。

第2のスピンエコー信号強度(時刻 4τ)の磁場勾配変化を第6-14図に示す。 G と τ に対する依存性は

$$S(4\tau) \propto \exp\{-AG^2\tau^6\} \quad (6-10)$$

でまとめられる。しかしスピンエコーシフトの問題と関係しこれ以上の議論は現段階ではできない。

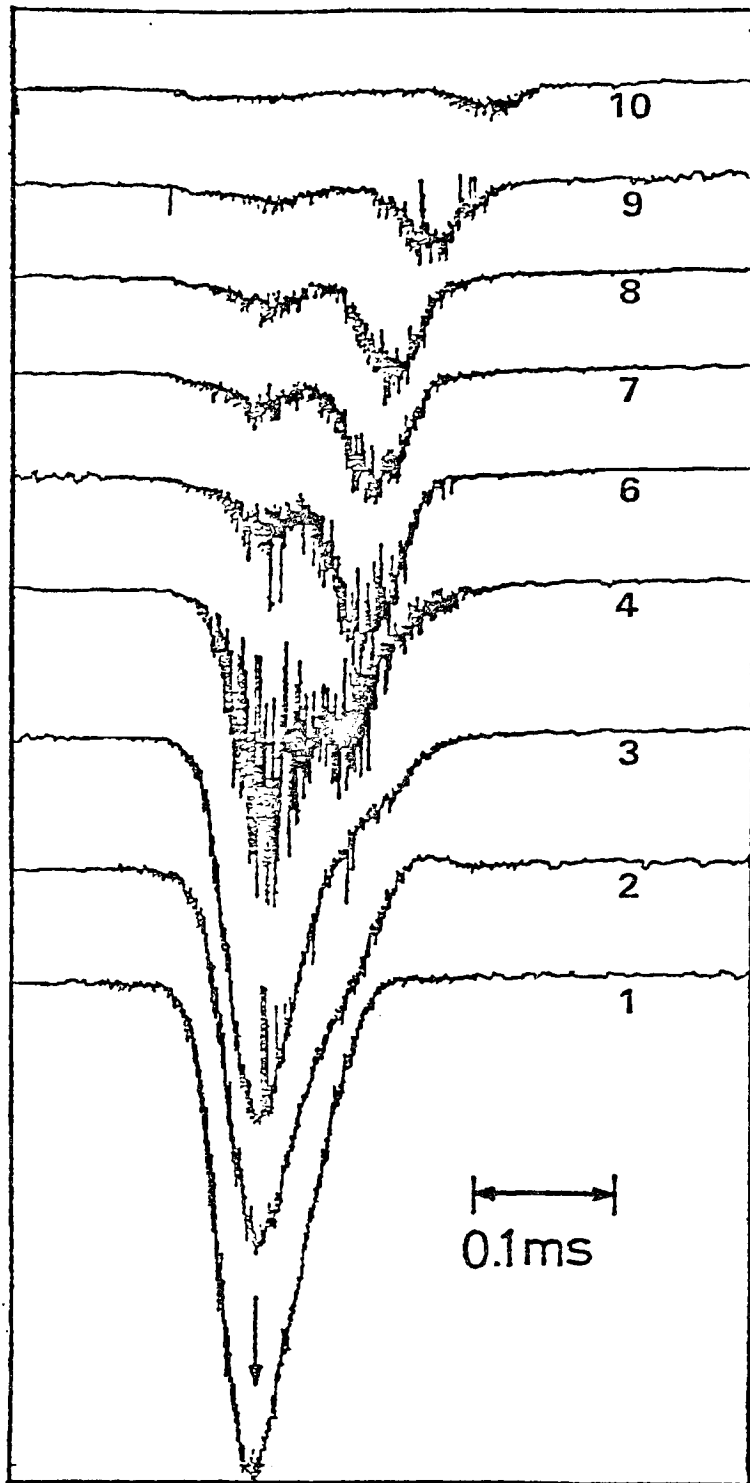


第6-14图

IV スピンエコーシフト

最後に、磁場勾配ベクトルを円筒管の軸に平行にかけた時の第2番目のスピンエコー信号に関して述べる。当初の実験のともくろみは管の軸に平行な速度成分に関しての速度のゆらぎの情報を得る事であった。しかし実験では第6-15図でそのスピンエコー信号の形を示すように、第2番目のスピンエコー信号のピーク出現の時刻に遅れを観測した。同図はダイオード検波された信号をBoxcar積分器を用いてX-Y記録器に描かせたものであり矢印が47の時刻をあらわし、静止した水でのスピンエコー信号はそのピークをこの時刻にもつ。臨界レイノルズ数近くで信号に雑音が多く含まれるようになり、2つのピークに分れてくる。レイノルズ数の増加にともない、シフトしたピークは増大してくる。現在までの観測では、シフト量は磁場勾配によつていない、 τ にはほぼ τ^3 に比例する(第6-16図)、レ

2n Spin Echo



$R = 3370$

3110

2920

2780

2600

2450

2200

1820

0

$\tau = 4\text{ms}$

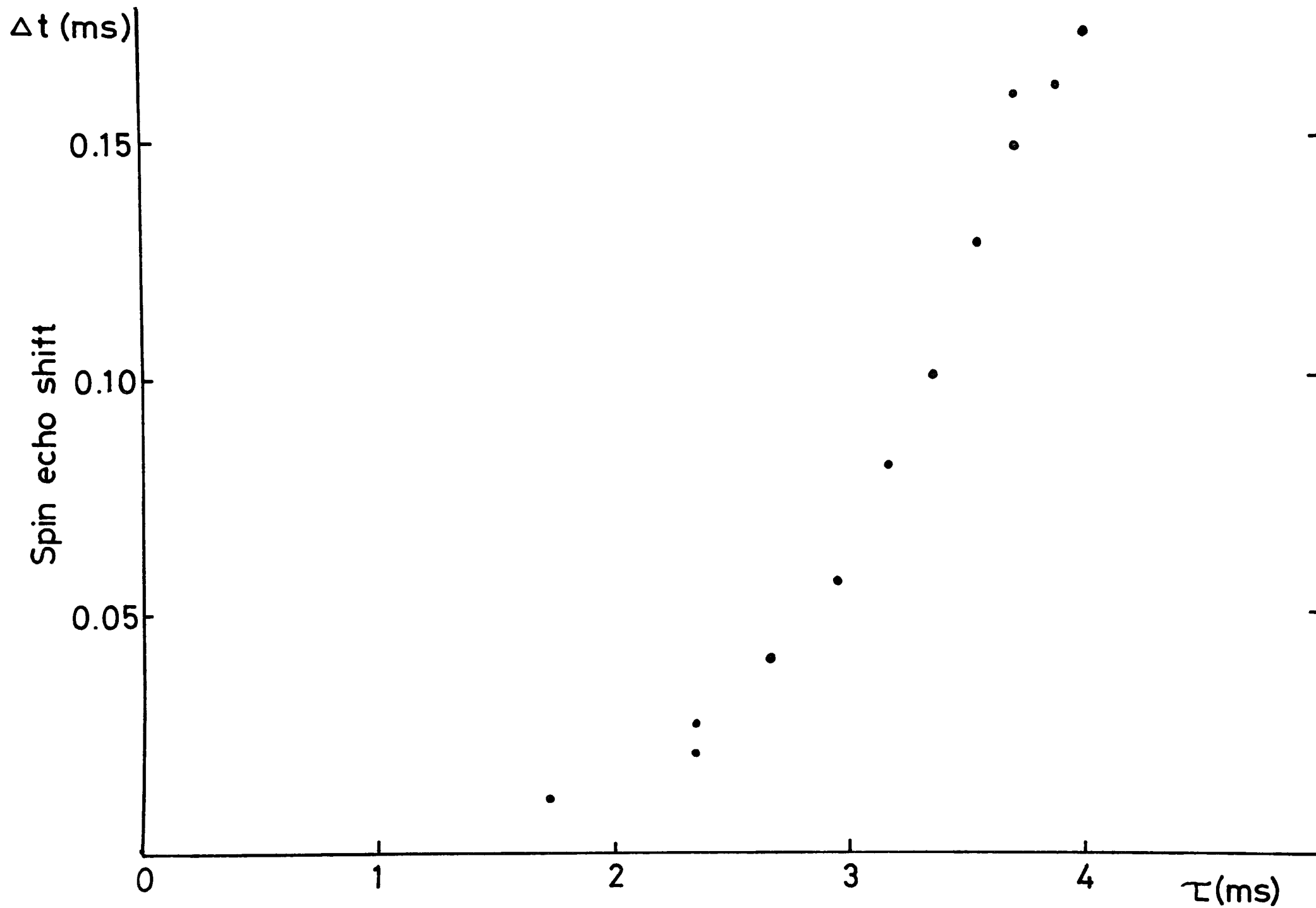


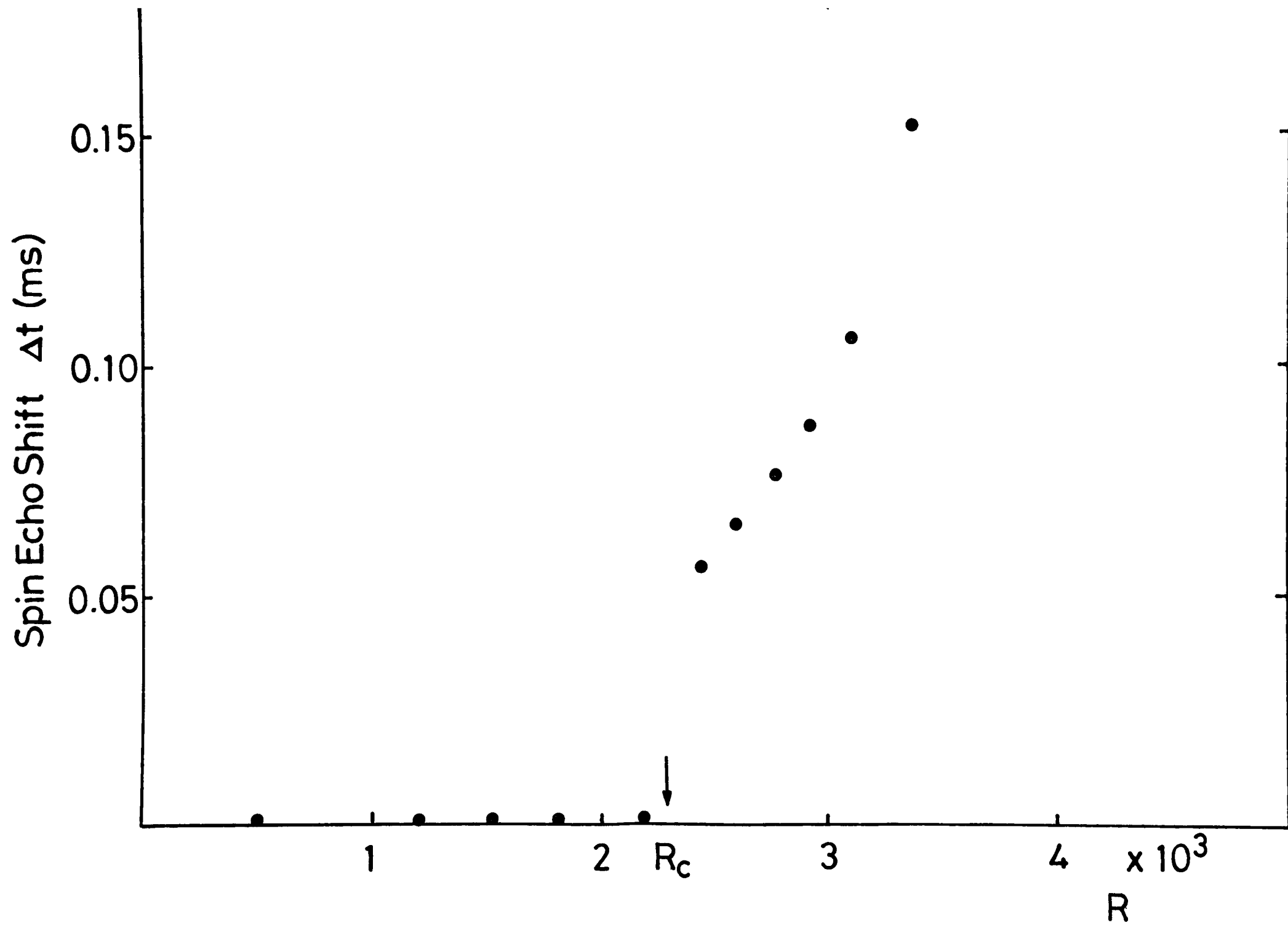
time 4τ

第6-15図

イノルズ数には強く依存する(第6-17図)。現在までにこのシフトの原因を説明しているわけではないが、シフト量 $\Delta\tau$ 、信号強度を G 、 τ をパラメータとして詳しく詳べる事で速度のゆらぎに関する情報が得られると思われ。

この場合に第1番目のスピンエコー信号にもシフトが現われるはずと推測されるが、それを確かめることはできなかった。その理由は第2番目のスピンエコー信号のシフト量 $\Delta\tau$ は測定範囲で最大0.15ms程度であり、第1番目ではその1/2程度と推測される。従ってこれを観測するためには磁場勾配をかけスピンエコー信号の形の幅を $\Delta\tau$ 以下にしなければならぬ。(5.2)式によつて、必要な磁場勾配の大きさは $G > \frac{\pi}{\gamma a \Delta\tau}$ である。受信コイルの長さ $2a = 0.6\text{ cm}$ を用いると $G > 2.60\text{ Oe/cm}$ を要する。第6-12図から明らかかなように、この大きさの磁場勾配に対しては第1番目のスピンエコー信号強度は十分減衰してしまうのであり、シ





フトがあるか否かは観測できない。小さい磁場勾配では、シフトはあったとしてもスピンエコー信号の幅にうもれて観測は不可能であろう。

第六章 結 論

パルス法核磁気共鳴を用いて、いろいろな種類の流れでの実験を行い、第二章、第三章で述べた解析の方法を用いた。第二章では、流れを確率論の立場から議論し、第一表を得たのであるが、実験結果の大部分がその方法でよく説明できた。従ってパルス法核磁気共鳴は層流の研究のみならず、乱流をも対象として研究することのできる有利な手段であると言えることができる。特に CPMG 法は流体研究においては、ラグランジュの方法となっていて、乱流における拡散の問題の研究を行うには、勝れた方法と思われる。次下に三種類の流れについての実験結果の考察をする。

(1) ポワゼイユ流についての結果は、各実験装置(特に線型の磁場勾配が作られている、位相敏感検波が正しく行なわれている)が十分に動作している事を保障するものであった。従って他のより複雑な流れを対象とする研究に

もパルス法核磁気共鳴が有効であることを示されたと言える。

(2) 格子の後の流れでは実験は臨界レイノルズ数以下で行なった。解析は層流として速度分布を仮定して、層流の助走流と似た結果を得た。しかし格子による乱れの大きさを円筒管の軸に垂直な速度成分を観測して、求めている。この不足は臨界レイノルズ数以上の領域の観測と共に今後の課題である。

(3) 乱流についての結果の解析を確率論の立場から行ない、用いたモデルと実験結果との一致を見た。しかし現在までに説明をつけていないスピニエコーシフトという問題を残した。この問題は、現在までの研究よりも高いレイノルズ数の領域（動粘性係数が水よりさらに小さい試料を用いて）での実験を計画する事と併せて今後の課題としたい。

参考文献

- 1) A. I. Zhernovoi and G. D. Latyshev : "Nuclear Magnetic Resonance in Flowing Liquid" (Consultant Bureau, New York, 1965)
- 2) D. W. Jones : Advan. Magn. Resonance 8 123 (1976)
- 3) H. Y. Carr and E. M. Purcell : Phys. Rev. 94 630 (1954)
- 4) E. O. Stejskal : J. Chim. Phys. 43 3597 (1965)
- 5) K. J. Packer : Molecular Phys. 17 355 (1969)
- 6) R. J. Hayward, K. J. Packer and D. J. Tomlinson : Molecular Phys. 23 1083 (1972)
- 7) T. Grover and J. R. Singer : J. Appl. Phys. 42 938 (1971)
- 8) S. Meiboom and D. Gill : Rev. sci. Instrum. 29 688 (1958)
- 9) T. C. Farrar and E. D. Becker : "Pulse and Fourier Transform NMR" (Academic Press, New York 1971)
- 10) A. N. Garroway : J. Phys. D. : Appl. Phys. 7 L159 (1974)
- 11) P. G. de Gemmes : Phys. Letters 29A 20 (1969)
- 12) S. Corrsim : "Theoris of turbulent dispersion in Méchanique de la turbulence (Editions du C.N.R.S. Paris 1962)
- 13) L. D. Landau and E. M. Lifshitz : "Fluid Mechanics"

(Pergamon Press 1959)

14) G. Deville and A. Landesman : J. Phys. (Paris) 32 67 (1971)

15) K. Fukuda and A. Hirai : Physica 82B 343 (1976)

16) A. Abragam : "The Principles of Nuclear Magnetism" (Oxford University Press, Clarendon, 1961)

17) C. P. Slichter : "Principles of Magnetic Resonance"
(Harper, New York, 1963)

18) H. C. Torrey : Phys. Rev. 104 563 (1956)

19) A. S. Momim and A. M. Yaglon : "Statistical Fluid Mechanics"
(The Mit Press, England 1971) vol I P 528

20) J. R. Klauder and P. W. Anderson : Phys. Rev. 125 912 (1962)

21) B. Herzog and E. L. Hahn : Phys. Rev 103 148 (1956)

22) R. P. Feynman and A. R. Hibbs : "Quantum Mechanics and Path Integrals" (McGraw Hill, New York, 1965)

23) S. Goldstein et al. : "Modern Developments in Fluid Dynamics"
(Oxford University Press, Clarendon, 1938) P 301

24) R. S. Brodkey : "The Phenomena of Fluid Motions"
(Addison Wesley, 1967) P 127

25) T. Tatsumi : J. Phys. Soc. Japan 7 495 (1952)

26) S. Kida and T. Tatsumi : J. Phys. Soc. Japan 34 254 (1973)

- 27) 文献 24) の P247
- 28) 文献 19) の vol.1 310
- 29) 文献 24) の Chap 14
- 30) 文献 19) の vol Chap 3
- 31) D. M. Ginsberg and M. J. Melchner : Rev. sci. Instrum.
41 122 (1970)
- 32) W. A. Anderson : Rev. sci. Instrum. 32 241 (1961)
- 33) W. R. Abel, A. C. Anderson, W. C. Black and J. C. Wheatly :
Physics I. 337 (1965)
- 34) 鈴木孝夫 : 京都大学極低温月報 32 9 (1975)
- 35) P. H. Foulger, J. S. M. Harvey and R. H. Munnings : Rev. sci.
Instrum. 42 92 (1971)
- 36) R. L. Garwin and H. A. Reick : Phys. Rev. 115 1478 (1959)
- 37) 文献 (3) に 同 じ

謝 辞

本研究を行うに当り，初めからご指導をいただき，数多くの有益な討論をしていただいた平井章先生に深く感謝いたします。また流体の問題に関して全く素人でありました私に適切な指摘と，貴重な助言をくださったいたした巽友正先生と木田重雄氏に深く御礼申し上げます。特に実験装置の便宜と共に，終始実験上の討論に参加して下さいました平良豊氏の好意に感謝の気持ちを表します。実験結果の解析に際し，快く議論に参加し，有意義な助言をくださったいたした芦田廣氏と岡田邦英氏に御礼申し上げます。末尾ながら，何かにつけお世話になり励ましてくださった水崎隆雄氏他平井研究室の皆様方に謝意を表わしたいと思います。

昭和五十三年四月

福田 耕 治